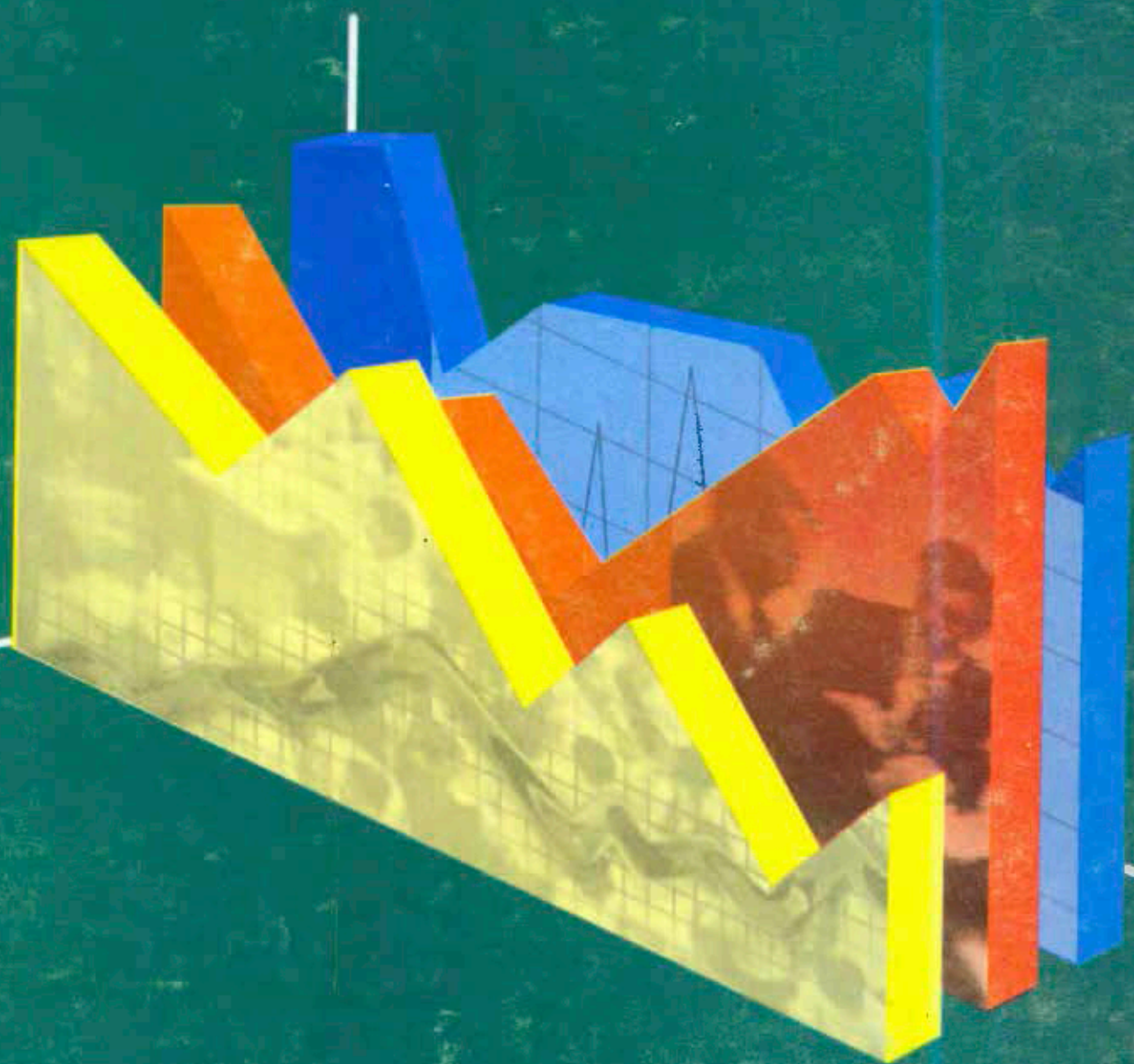


Կ. Յ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՁԵՌՆԱՐԿ



Կ. Հ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

(ուսումնական ձեռնարկ)

ԵՐԵՎԱՆ – 2004

Հ 177 Հակոբյան Կ.Հ. Վիճակագրության տեսություն: Ուսումնական ձեռնարկ, -Եր. ԵՎՐԱՍԻԱ, 2004թ.-232 էջ:

Գիտ. խմբագիր՝ տնտ.գ.թ., դոցենտ Վ.Ալեքսանյան
Խմբագիր՝ Ի.Մամյան

Գլխախոսող՝ տնտեսագիտության դոկտոր, պրոֆեսոր Յ.Ծ.Մանտեսյան

Ձեռնարկը կազմված է «Վիճակագրության ընդհանուր տեսություն» առարկայի ուսումնական ծրագրին համապատասխան: Պատրաստվում է վիճակագրության տեսության ընդհանուր հասկացությունների, վիճակագրական տվյալների խմբավորման, բացառման, հարաբերական և միջին մեծությունների, վիճակագրական բաշխումների, ընտրանքային վիճակագրական հետազոտություններում դրանց օգտագործման համառոտ ակնարկով: Ուսումնասիրվող նյութերի վերաբերյալ ներկայացված են տիպային խնդիրներ լուծումներով և խնդիրների լուծման համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական կազմակերպության աղյուսակներ:

Նախատեսվում է բուհերի տնտեսագիտական մասնագիտությունների ուսանողների, դասախոսների և վիճակագրության ոլորտի աշխատողների համար:

ԳՄԴ 60.6 y 73

ISBN 99941-904-7-4

© Կ.Հակոբյան

© ԵՎՐԱՍԻԱ միջազգային համալսարան

Նախաբան.....	4
ԳԼՈՒԽ 1. Վիճակագրությունը որդես գիտություն: Վիճակագրական դիսարկում	
1.1. Մեթոդական ցուցումներ.....	5
1.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	12
ԳԼՈՒԽ 2. Վիճակագրական ամփոփում և խմբավորում	
2.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	14
2.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	31
ԳԼՈՒԽ 3. Վիճակագրական ցուցանիշների արտահայտման ձևերը	
3.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	38
3.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	49
ԳԼՈՒԽ 4. Վիճակագրական բաշխումներ և դրանց հիմնական բնութագրիչները	
4.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	55
4.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	84
ԳԼՈՒԽ 5. Ընտրանքային դիսարկում	
5.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	92
5.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	104
ԳԼՈՒԽ 6. Սոցիալ-սնտեսական երևույթների փոխկադվածության վիճակագրական ուսումնասիրությունը	
6.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	110
6.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	134
ԳԼՈՒԽ 7. Սոցիալ-սնտեսական երևույթների դինամիկայի վիճակագրական ուսումնասիրությունը	
7.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	142
7.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	164
ԳԼՈՒԽ 8. Տնտեսական ինդեքսներ	
8.1. Մեթոդական ցուցումներ և տիպային խնդիրների լուծում.....	180
8.2. Խնդիրներ և վարժություններ.....	198
Հավելվածներ.....	206
Խնդիրների դասասխաններ.....	229
Օգտագործված գրականություն.....	231

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՐՊԵՏ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ: ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄ

1.1 Մեթոդական ցուցումներ

Վիճակագրությունն անկախ տնտեսական զարգացման մակարդակից և բնույթից, քաղաքական համակարգից, իր գոյության հարյուրամյակների ընթացքում միշտ հանդես է եկել որպես պետական կառավարման անհրաժեշտ և արդյունավետ գործոն, և, միաժամանակ, զանգվածային երևույթների քանակական կողմն ուսումնասիրող գիտություն: Այն, կատարելով հասարակության տնտեսական և սոցիալական զարգացումը բնութագրող տեղեկությունների հավաքագրման, համակարգման և վերլուծման ամենատարբեր գործառույթներ, միշտ ունեցել է տարբեր տեսակի կառույցների, կազմակերպությունների և բնակչության կառավարման, գիտահետազոտական և կիրառական գործնական պահանջների համար փաստեր մատակարարողի գլխավոր դերը:

Վիճակագրության դերը մեր կյանքում այնքան էական է, որ մարդիկ, հաճախ առանց մտածելու և գիտակցելու, իրենց առօրյա գործնական կյանքում շարունակ օգտագործում են վիճակագրական մեթոդաբանության տարրերը: Մարդը՝ աշխատելով կամ հանգստանալով, գնումներ կատարելով, այլ մարդկանց հետ ծանոթանալով, օգտվում է իր ունեցած տեղեկությունների, ձևավորված սովորությունների և ճաշակի, փաստերի որոշակի համակարգից, համակարգում, համադրում և վերլուծում է այդ փաստերը, կատարում է իր համար անհրաժեշտ եզրահանգումներ և ընդունում է որոշումներ ու գործողություններ:

Այսպիսով, յուրաքանչյուր մարդու մեջ գեներտիկորեն զետեղված են վիճակագրական մտածողության տարրերը, որոնք իրենցից ներկայացնում են մեզ շրջապատող աշխարհի վերաբերյալ տեղեկատվության վերլուծության և սինթեզի ունակությունները: Դա վիճակագրական մտածողության, այսպես կոչված, առօրյա բաղադրամասն է:

Տվյալ ձեռնարկի նպատակն է ընթերցողի մոտ վիճակագրական մտածողության գիտահետազոտական բաղադրամասի զարգացումն ու կատարելագործումը, այսինքն՝ տարբեր տեսակի տեղեկատվության քանակական վերլուծության բազմաթիվ հատուկ գիտական կանոնների, մեթոդների և հնարքների ընթերցումը: Իսկ ի՞նչ է հարկավոր դրա համար: Ոչ շատ ավելի և ոչ քիչ պակաս: Լրջություն և կշռադատություն, մաթեմատիկայի, տնտեսագիտության տեսության, ձեռներեցության հիմունքների և ինֆորմատիկայի բավարար իմացություն:

Գիտելիքների վիճակագրական համակարգի կորիզը հանդիսանում է վիճակագրության տեսությունը, որն ապահովում է արհեստավարժ վիճակագիրների, բարձր որակավորման տնտեսագետների, ֆինանսիստների, մենեջերների, հաշվապահների, ժողովրդագիրների, սոցիոլոգների, ինչպես նաև վիճակագրությունն ինքնուրույն ուսումնասիրող այլ մասնագիտական հետաքրքրություններով անձանց տեսամեթոդաբանական պատրաստվածությունը:

Վիճակագրության առարկան և մեթոդը: Վիճակագրությունը, ավելի ճիշտ նրա հետազոտության մեթոդները, լայնորեն կիրառվում են մարդկային գիտելիքների տարբեր շրջանակներում: Սակայն, ինչպես և ցանկացած գիտություն, այն պահանջում է իր հետազոտության առարկայի բնորոշումը:

Վիճակագրությունն ասելով հասկանում ենք առարկայական հասարակական գիտություն, այսինքն՝ գիտություն, որն ունի իր հատուկ առարկան և իմացության մեթոդը: *Վիճակագրությունը* հասարակական գիտություն է, որն ուսումնասիրում է որակապես որոշված զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների ու գործընթացների քանակական կողմը, դրանց կառուցվածքն ու բաշխումը, տեղաբաշխումը տարածության մեջ, ըստ ժամանակի շարժը, բացահայտում է գործող քանակական կախվածությունները, միտումներն ու օրինաչափությունները, ընդ որում՝ ժամանակի և տեղի կոնկրետ պայմաններում:

Վիճակագրությունը որպես գիտություն ուսումնասիրում է ոչ թե առանձին փաստեր, այլ զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթներ ու գործընթացներ, որոնք հանդես են գալիս որպես առանձին փաստերի բազմություն՝ տիրապետելով ինչպես անհատական, այնպես էլ ընդհանուր հատկանիշներով:

Վիճակագրական հետազոտության օբյեկտը վիճակագրության մեջ անվանում են վիճակագրական համակցություն: *Վիճակագրական համակցությունը* միավորների բազմություն է, որն օժտված է զանգվածայնությամբ, համասեռությամբ, որոշակի ամբողջականությամբ, առանձին միավորների վիճակի փոխկապվածությամբ և տատանման առկայությամբ: Օրինակ՝ որպես վիճակագրական համակցություն կարող է հանդես գալ Հայաստանի տարածքում գրանցված առևտրային բանկերի, բաժնետիրական ընկերությունների կամ որևէ այլ երկրի քաղաքացիների և այլնի բազմությունը: Վիճակագրական համակցությունը բաղկացած է իրականում գոյություն ունեցող նյութական օբյեկտներից:

Տվյալ բազմությունից վերցրած ցանկացած առանձին տարր կոչվում է *վիճակագրական համակցության միավոր*: Վիճակագրական համակցության միավորները բնութագրվում են ընդհանուր հատկություններով, որոնք վիճակագրության մեջ կոչվում են *հատկանիշներ*, այսինքն՝ համակցության որակյան համասեռությունն ասելով հասկացվում է միավորների (օբյեկտների, երևույթների, գործընթացների) նմանությունն ըստ որևէ էական հատկանիշների և տարբերությունն ըստ որևէ այլ հատկանիշների: Օրինակ՝ առևտրային բանկերի բազմությունը որակական որոշակիությամբ

յան (պատկանելությունը վարկային հիմնարկների շարքին) հետ մեկտեղ
օժտված է տարբերություններով՝ ըստ հայտարարված կանոնադրական
հիմնադրամների չափի, աշխատողների թվի, ակտիվների գումարի և
այլն:

Համակցության որակական որոշակիությունը, գուցե ունենալով օբ-
յեկտիվ հիմք, յուրաքանչյուր վիճակագրական հետազոտությունում սահ-
մանվում է նրա նպատակներին և խնդիրներին համապատասխան:

Համակցության միավորներն օժտված են ոչ միայն ընդհանուր հատ-
նակիչներով, այլ նաև անհատական առանձնահատկություններով ու
տարբերություններով, այսինքն՝ գոյություն ունի *հատկանիշների վարիա-
ցիա*: Այն պայմանավորված է բազմության տարրերի զարգացումը որոշող
պայմանների զուգորդմամբ: Օրինակ՝ բանկի աշխատողների աշխատան-
քի արտադրողականության մակարդակը որոշվում է նրանց տարիքով,
որակավորմամբ, աշխատանքի հանդեպ վերաբերմունքով և այլն: Հենց
վարիացիայի առկայությունն է կանխորոշում վիճակագրության
անհրաժեշտությունը: Հատկանիշի վարիացիան կարող է արտահայտվել
համակցության միավորների վիճակագրական բաշխմամբ:

Վիճակագրությունը որպես գիտություն նախ և առաջ ուսումնասի-
րում է հասարակական երևույթների ու գործընթացների քանակական
կողմը ժամանակի և տեղի որոշակի պայմաններում, այսինքն *վիճակա-
գրության առարկան է սոցիալ-տնտեսական երևույթների չափերը և
քանակական հարաբերակցությունները, դրանց կապի և զարգացման
օրինաչափությունները*:

Վիճակագրությունը քանակական բնութագիրը տալիս է որոշակի տե-
սակի թվերի միջոցով, որոնք վիճակագրության մեջ կոչվում են վիճա-
կագրական ցուցանիշներ: *Վիճակագրական ցուցանիշն* արտահայտում է
համակցության միավորի և ամբողջ համակցության չափման արդյունքը:
Այստեղից էլ հարց է առաջանում, ինչո՞վ է վիճակագրությունը տարբեր-
վում մաթեմատիկայից:

Հիմնական տարբերությունը կայանում է նրանում, որ վիճակագրու-
թյունն ուսումնասիրում է որակապես որոշված զանգվածային հասարակա-
կան երևույթների քանակական կողմը ժամանակի և տեղի տվյալ պայ-
մաններում: Ընդ որում, առանձին երևույթների որակական որոշակիու-
թյունը սովորաբար որոշում են փոխադարձաբար կապված գիտություն-
ները:

Հատկանիշներն ըստ իրենց արտաքին արտահայտման ձևի լինում
են ատրիբուտիվ (որակական) և քանակական: *Ատրիբուտիվ* հատկանիշ-
ները չեն ենթարկվում քանակական (թվային) արտահայտման: *Քանակա-
կան* հատկանիշների տարբերությունն այն է, որ նրանց կարելի է արտա-
հայտել հանրագումարային արժեքներով, օրինակ՝ տրանսպորտի ձեռ-
նարկությունների կողմից բեռների փոխադրման ընդհանուր ծավալը, իսկ
որակականներին՝ միայն համակցության միավորների թվով, օրինակ՝

դասախոսների թիվն ըստ մասնագիտությունների: Քանակական հատկա-
նիշները լինում են ընդհատ (դիսկրետ) և անընդհատ:

Վիճակագրության կարևոր կատեգորիա է նաև վիճակագրական օրի-
նաչափությունը: *Վիճակագրական օրինաչափությունը* պատճառահե-
տևանքային կապի դրսևորման ձև է, որը հանդես է գալիս պատահարների
հերթականության, հաջորդականության և կրկնության բավականին մեծ
հավանականությամբ, եթե պատահարն առաջացնող պատճառները
(պայմանները) չեն փոխվում կամ փոխվում են ոչ նշանակալիորեն: Վիճա-
կագրական օրինաչափությունը սահմանվում է զանգվածային տվյալների
վերլուծության հիման վրա: Այն առաջանում է օբյեկտիվ օրենքների գոր-
ծողության արդյունքում՝ արտահայտելով պատճառական հարաբերու-
թյունները:

Քանի որ վիճակագրական օրինաչափությունը բացահայտվում է
զանգվածային վիճակագրական դիտարկման արդյունքում, ապա դա
պայմանավորում է նրա փոխկապվածությունը մեծ թվերի օրենքի հետ:
Մեծ թվերի օրենքի էությունը կայանում է նրանում, որ զանգվածային
դիտարկումների արդյունքն արտահայտող թվերում դրսևորվում են
որոշակի ճշտություններ, որոնք չեն կարող բացահայտվել ոչ մեծ թվով
գործոնների դեպքում: Մեծ թվերի օրենքն իր ծնունդն է առել զանգվա-
ծային երևույթների հատկություններից: Մեծ թվերի օրենքի օգնությամբ
բացահայտված միտումներն ու օրինաչափությունները գործում են միայն
որպես զանգվածային միտումներ, այլ ոչ թե որպես օրենքներ յուրաքան-
չյուր առանձին, անհատական դեպքի համար:

Վիճակագրությունը, որպես գիտություն, մշակել է զանգվածային հա-
սարակական երևույթների ուսումնասիրության եղանակներն ու հնարք-
ները, որոնք կախված են նրա առարկայի և խնդիրների առանձնահատ-
կություններից: Այն հնարքներն ու եղանակները, որոնց միջոցով վիճակա-
գրությունն ուսումնասիրում է իր առարկան, կազմում են վիճակագրական
մեթոդաբանությունը:

Վիճակագրական մեթոդաբանությունն այն հնարքների, եղանակների
և մեթոդների համակարգն է, որոնք ուղղված են սոցիալ-տնտեսական
երևույթների կառուցվածքում, դինամիկայում և փոխկապվածություն-
ներում արտահայտվող քանակական օրինաչափությունների ուսումնա-
սիրմանը: Վիճակագրական հետազոտության խնդիրն է ընդհանրացնող
բնութագրիչների ստացումը և հասարակական կյանքի օրինաչափու-
թյունների բացահայտումը ժամանակի և տեղի կոնկրետ պայմաններում:
Վիճակագրական հետազոտությունը բաղկացած է երեք փուլից.

1. վիճակագրական դիտարկում,
2. դիտարկման արդյունքների ամփոփում և խմբավորում,
3. ստացված ընդհանրացնող ցուցանիշների վերլուծություն:

Բոլոր երեք փուլերը կապված են միմյանց հետ և դրանցից յուրա-
քանչյուրի համար օգտագործվում են հատուկ մեթոդներ, որոնք բացա-
րվում են կատարվող աշխատանքի բովանդակությամբ:

Ելնելով վիճակագրության առարկայի բնույթից և հիմնական գծերից, կարելի է ձևակերպել նրա խնդիրները: Դա հետևյալի ուսումնասիրությունն է.

- զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների մակարդակի և կառուցվածքի,
- զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների փոխկապվածությունների,
- զանգվածային սոցիալ-տնտեսական երևույթների և գործընթացների դինամիկայի:

Վիճակագրության ընդհանուր տեսությունը բոլոր ծյուղային վիճակագրությունների մեթոդաբանական հիմքն է և կորիզը, քանի որ մշակում է սոցիալ-տնտեսական երևույթների քանակական ուսումնասիրության մեթոդները և վիճակագրական միտք ունեցող առավել ընդհանուր հասկացությունները, կատեգորիաներն ու սկզբունքները:

Վիճակագրական դիսարկուն: Յուրաքանչյուր նոր աշխատանք սկսվում է *վիճակագրական դիտարկումից*, որն իրենից ներկայացնում է սոցիալական և տնտեսական կյանքի երևույթների զանգվածային, պլանաչափ, գիտականորեն կազմակերպված դիտարկում, որը բովանդակում է համակցության առանձին միավորներից վերցրած հատկանիշների գրանցումը:

Դիտարկումը նպատակաուղղված, գիտականորեն կազմակերպված գործընթաց է: Դա արտահայտվում է նրանում, որ այն անցկացվում է որոշակի, նախօրոք սահմանված նպատակով, կազմակերպվում է ըստ պլանի, որում նախատեսվում է դիտարկման պատրաստման, դրա անցկացման և հավաքագրած տվյալների մշակման հետ կապված բոլոր հարցերի լուծումը:

Դիտարկման պատրաստումն իր մեջ ներառում է տարբեր տեսակի աշխատանքների մեծ շրջանակ: Առաջին հերթին անհրաժեշտ է լուծել դրա անցկացման ծրագրամեթոդաբանական հարցերը: Դա դիտարկման նպատակի և օբյեկտի, գրանցմանը ենթակա հատկանիշների կազմի որոշումն է, տվյալների հավաքագրման փաստաթղթերի մշակումը, հաշվետու միավորի ընտրությունը: Այնուհետև անհրաժեշտ է լուծել կազմակերպական բնույթի հիմնախնդիրները: Օրինակ՝ դիտարկումն անցկացնող մարմինների կազմի որոշումը, կադրերի ընտրումն ու պատրաստումը, դիտարկման պատրաստման, անցկացման և նյութերի մշակման աշխատանքների օրացուցային պլանի կազմումը, տվյալների հավաքագրման փաստաթղթերի տպագրումը:

Վիճակագրական դիսարկման հիմնական կազմակերպական ձևերը, ձևակերպումը և եղանակները: Վիճակագրական դիտարկման *ձևերը* ստորաբաժանվում են դրանց առավել ընդհանուր կազմակերպական առանձնահատկությունների հիման վրա: Հայրենական վիճակագրության մեջ ըստ այդ հատկանիշի առանձնացնում են դիտարկման երեք հիմնական

ձև. հաշվետվություն, հատուկ (հատուկ կազմակերպված) դիտարկում և ռեգիստրներ:

Վիճակագրական դիտարկման ձևերը ավելի հաճախ դասակարգվում են ըստ հետևյալ երեք հատկանիշների.

ա) ըստ վիճակագրական հետազոտմանը ենթակա համակցության միավորների ընդգրկման,

բ) ըստ դիտարկման պարբերականության,

գ) ըստ տեղեկությունների աղբյուրի, որի հիման վրա սահմանվում են գրանցմանը ենթակա փաստերը:

Ըստ առաջին հատկանիշի տարբերում են *համատարած դիտարկում*, երբ դիտարկման են ենթարկվում համակցության բոլոր, առանց բացառության, միավորները, և *ոչ համատարած*, որի դեպքում տեղեկությունները հավաքագրում են համակցության ոչ թե բոլոր միավորների, այլ միայն, որոշակի կերպով ընտրված, դրանց մի մասի վերաբերյալ: Ոչ համատարած դիտարկումն իր հերթին ստորաբաժանվում է *ընտրանքայինի, հիմնական զանգվածի և մոնոգրաֆիկի*:

Ըստ դիտարկման պարբերականության տարբերում են *անընդհատ կամ ընթացիկ և ընդհատ* դիտարկում: Վերջինիս ստորաբաժանում են պարբերականի և միաժամանակյայի: Ընթացիկ դիտարկումն անցկացվում է անընդհատ, որի ժամանակ գրանցմանը ենթակա փաստերն արձանագրվում են դրանց առաջացմանը զուգընթաց (օրինակ՝ ամուսնությունների և ամուսնալուծությունների գրանցումը): Ընդհատ անցկացվում է ընդմիջումներով, ժամանակից ժամանակ: Եթե այն անցկացվում է խիստ կանոնավոր կերպով, այսինքն՝ հավասար ժամանակահատվածներով, ապա այն կոչվում է *պարբերական*, իսկ եթե այդպիսի կանոնավորություն չկա, ապա այն կոչվում է *միաժամանակյա*:

Ըստ տեղեկությունների աղբյուրի, տարբերում են *անմիջական*, երբ գրանցման ենթակա փաստերը հաստատվում են դիտարկումն անցկացնող անձանց կողմից (չափելու կամ որևէ առարկաների թվի հաշվարկի միջոցով և այլն), *փաստաթղթային*, որի դեպքում անհրաժեշտ տեղեկությունները վերցվում են համապատասխան փաստաթղթերից, և *հարցում*, որի առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ տեղեկություններն արձանագրվում են հարցվողների խոսքերից ելնելով:

Վիճակագրության մեջ կիրառվում են հարցումների հետևյալ տեսակները. ա) էքսպեդիցիոն (բանավոր), բ) ինքնագրանցման, գ) ներկայացման եղանակ, դ) թղթակցային եղանակ, ե) անկետային:

Դիսարկման ծրագրամեթոդաբանական հարցեր: Վիճակագրական դիտարկման պլանի ծագրամեթոդաբանական բաժնի հիմնական բովանդակությունը կազմում են դիտարկման օբյեկտի և միավորի, դիտարկման ծրագրի, վիճակագրական ֆորմուլյարի և դրանց տեսակների ու հրահանգների հետ կապված հարցերը:

Յուրաքանչյուր օբյեկտ, որպես կանոն, բաղկացած է իրեն կազմող մի շարք տարրերից կամ միավորներից: Օբյեկտի այն միավորը, որը հանդի-

սանում է գրանցման ենթակա հատկանիշներ կրողը, կոչվում է *դիտարկման միավոր*։ Որոշելով կոնկրետ վիճակագրական դիտարկման միավորը, անհրաժեշտ է դրան բնութագրել որքան հնարավոր է ճիշտ՝ նշելով յուրահատուկ գծերը, որոնք թույլ կտան նրան հեշտ տարբերել մյուս օբյեկտների միավորներից։ Օրինակ՝ ժողովրդագրական հետազոտությունների ժամանակ դիտարկման միավոր կարող է լինել մարդը կամ ընտանիքը, բյուջետային հետազոտությունների ժամանակ՝ ընտանիքը կամ տնային տնտեսությունը։

Դիտարկման ծրագիրն իր մարմնավորումն է ստանում հարցերի թվարկման մեջ, որոնց պատասխանները պետք է ստանալ դիտարկման ժամանակ։ Դիտարկման ծրագրի հարցերն արձանագրվում են դիտարկման ֆորմուլյարում (բլանկում)։ Շատ կարևոր է, որպեսզի հարցերը ձևակերպված լինեն պարզ և հնարավորինս կարճ։

Ծրագրավորվող դիտարկման *հրահանգի* մշակման ժամանակ անհրաժեշտ է ձգտել հնարավորինս ճիշտ կատարել ինչպես ըստ բովանդակության, այնպես էլ ըստ ձևի, իրեն ներկայացվող պահանջները։ Հրահանգի հիմնական նշանակումը դիտարկման ծրագրամեթոդաբանական հարցերի պարզաբանումն է։ Հրահանգը կարող է ձևակերպվել առանձին փաստաթղթի տեսքով կամ գրանցվել հենց դիտարկման բլանկի վրա, ինչը կախված է բլանկի (տեղեկատվություն կրողի) տիպից և դրա ծավալից՝ կապված դիտարկման տվյալների տեխնիկական մշակման եղանակների հետ։ Դիտարկման ժամանակ օգտագործվող փաստաթղթերի համակցությունը կոչվում է *դիտարկման գործիքակազմ*։

Նախագծելով վիճակագրական դիտարկումը, անհրաժեշտ է լուծել մի շարք հարցեր դրա իրականացման ժամանակի վերաբերյալ։ Առաջին հերթին անհրաժեշտ է դիտարկման անցկացման համար ընտրել տարվա առավել հարմար ժամանակ։ Այդ ընտրությունը կախված է ինչպես դիտարկման օբյեկտի առանձնահատկություններից, այնպես էլ դիտարկման նպատակից և ծրագրից։ Բացի դրանից, պետք է ընտրել նաև այն ժամանակը, որի ընթացքում հարկավոր է անցկացնել դիտարկումը, այլ կերպ ասած, որոշել *դիտարկման տևողությունը*։ Այնուհետև սահմանվում է դիտարկման *ժամկետը*՝ նշելով դրա սկսման և ավարտման ամսաթիվը։

Որոշ դիտարկումների, մասնավորապես մարդահամարների ժամանակ սահմանվում է *դիտարկման կրիտիկական պահը*։ Կրիտիկական է ժամանակի այն պահը, ըստ որի հաշվառվում են դիտարկման գործընթացում հավաքագրվող տեղեկատվությունները։ Որոշ դեպքերում անհրաժեշտ է լուծել նաև դիտարկման տեղի հարցը, այսինքն՝ թե որտեղ է պետք կատարել տվյալների գրանցումը (դիտարկման ֆորմուլյարի լրացումը), առանձնապես այն դեպքերում, երբ դիտարկման է ենթարկվում տարածության մեջ տեղաշարժվող դիտարկման միավորներով օբյեկտը (օրինակ՝ մարդահարների ժամանակ)։

Դիտարկման կազմակերպչական հարցեր։ Դիտարկման կազմակերպչական պլանը (կազմապլան) փաստաթուղթ է, որում սահմանված են բոլոր

կարևոր կազմակերպչական միջոցառումները, որոնց իրականացումն անհրաժեշտ է դիտարկումը հաջողությամբ անցկացնելու համար։

Սովորաբար դիտարկման կազմապլանում նշվում են դիտարկման նպատակը, օբյեկտը, միավորները, տեղը, ժամանակը, մարմինը։ Այդ միջոցառումներից են նաև դիտարկման անցկացման համար ներգրավված կադրերի ուսուցումը, դիտարկման միավորների ցուցակի կազմումը, քարտեզագրական նյութերի պատրաստումը, դիտարկումն անցկացնող տարբեր կարգի աշխատողների գտնվելու վայրի (տեղաբաշխման) որոշումը։ Կազմապլանում նշվում են նաև դիտարկմանը մասնակցող անձանց վիճակագրական գործիքակազմով և անհրաժեշտ նյութերով, ինչպես նաև տրանսպորտային միջոցներով ապահովելու կարգը և ժամկետները։

Մի շարք դեպքերում, օրինակ՝ մարդահամարների ժամանակ, անհրաժեշտ է անցկացնել բացատրական աշխատանքներ բնակչության հետ մարդահամարի անցկացման նպատակի, խնդիրների, նշանակության և կարգի մասին։

Դիտարկման ճեշտության հարցեր։ Դիտարկման կարևորագույն խնդիրն է՝ բարձրորակ, հավաստի տվյալների ստացումը, որի լուծումը կախված է դիտարկմանը ներկայացվող պահանջների ճիշտ կատարումից։

Սակայն հարկավոր է նկատի ունենալ, որ դիտարկման ընթացքում կարող են առաջանալ սխալներ։ Այն սխալները, որոնք առաջանում են դիտարկման արդյունքում, կոչվում են *դիտարկման սխալներ*։ Համատարած դիտարկման ժամանակ առաջացած բոլոր սխալները կոչվում են *գրանցման սխալներ*։

Ոչ համատարած դիտարկումների, մասնավորապես ընտրանքային դեպքում, կարող են առաջանալ յուրահատուկ սխալներ, որոնք կոչվում են *ներկայացուցչության սխալներ*։ Դրանք առաջանում են այն պատճառով, որ դիտարկումը համատարած չէ։

Վիճակագրական ֆորմուլյարների ստացումից հետո հարկավոր է անցկացնել հավաքագրած տվյալների որակի և լրիվության ստուգումը։ Լրիվության ստուգումն այն բանի հսկումն է, թե որքանով է ընդգրկված դիտարկման օբյեկտը, այլ կերպ ասած, տեղեկություններ հավաքված են դիտարկման բոլոր միավորների վերաբերյալ։ Նյութի որակի ստուգումն իրականացվում է տրամաբանական և թվաբանական ստուգման միջոցով։

1.2. ԽՆԴԻՐՆԵՐ և ՎԱՐԺՈՒՅՈՒՆՆԵՐ

1.1. Ինչպիսի՞ որակական և քանակական հատկանիշներով կարելի է բնութագրել բուհի ուսանողներին:

1.2. Նշել ուսանողական խումբը բնութագրող առավել էական տատանվող հատկանիշները:

1.3. Նշել ուսանողների առաջադիմության տատանումը կանխորոշող հիմնական գործոնային հատկանիշները:

1.4. Ո՞ր տեսակին են (որակական կամ քանակական) պատկանում հետևյալ հատկանիշները.

- ա) բանվորի տարիֆային կարգը,
- բ) առաջադիմության բալը,
- գ) սեփականության ձևը,
- դ) դպրոցի տեսակը (տարրական, ոչ լրիվ միջնակարգ և այլն),
- ե) ազգությունը,
- զ) ամուսնական կարգավիճակը:

1.5. Նշել բնակչության հասարակական խմբերն ըստ գոյության միջոցների աղբյուրների:

1.6. Նշել ցուցանիշների ցանկը, որոնցով կարելի է վիճակագրության հետազոտության ժամանակ բնութագրել հետևյալ երևույթները.

- ա) բնակչությունը,
- բ) սպառողական շուկան,
- գ) արդյունաբերությունը,
- դ) տրանսպորտը և կապը:

1.7. Կազմել առավել էական հատկանիշների ցանկը վիճակագրական դիտարկման հետևյալ միավորների համար.

- ա) ֆերմերային տնտեսություն,
- բ) բուհ,
- գ) գրադարան,
- դ) թատրոն,
- ե) համատեղ ձեռնարկություն:

1.8. Ներքոհիշյալ երևույթների ուսումնասիրության նպատակով ձևակերպել դիտարկման նպատակը, օբյեկտը, միավորը և մշակել հետազոտության ծրագիր.

- ա) մանկապարտեզների,
- բ) մանկական սնունդ թողարկող ֆիրմաների,
- գ) մարզի հյուրանոցային համալիրի,
- դ) բենզալցակայանների:

1.9. Ձևակերպել հարցերը դիտարկման ֆորմուլյարում ներառելու համար՝ ըստ դիտարկման օբյեկտների հետևյալ հատկանիշների.

- ա) ֆիրմայի աշխատողների թիվը,
- բ) ընտանիքի անդամների բարեկամական կապերը,
- գ) մարդու սեռը և տարիքը:

1.10. Բուհում ուսանողների ուսման առաջադիմության կախվածությունը՝ սեռից, տարիքից, ընտանեկան դրությունից, բնակարանային պայմաններից, ուսանողի հասարակական ակտիվությունից, ուսումնասիրելու նպատակով ձևակերպել դիտարկման ծրագրի հարցերը և կազմել վիճակագրական ֆորմուլյարի մակետը, ինչպես նաև դրա լրացման համառոտ հրահանգը: Նշել, թե տվյալ դիտարկումը որ տեսակին է վերաբերում ըստ տվյալների ստացման ժամանակի, ընդգրկման ու եղանակի:

1.11. Բուհում ուսման գործընթացի կազմակերպման վերաբերյալ ուսանողների կարծիքի ուսումնասիրության նպատակով անհրաժեշտ է անցկացնել հատուկ հետազոտություն: Պահանջվում է որոշել.

- ա) դիտման օբյեկտը և միավորը,
- բ) գրանցմանը ենթակա հատկանիշները,
- գ) դիտման տեսակը և եղանակը,
- դ) մշակել դիտման ֆորմուլյարը և դրա լրացման համառոտ հրահանգը,
- ե) կազմել հետազոտության կազմակերպչական պլանը,
- զ) կատարել հետազոտությունը ձեր ուսանողական խմբում և ստացված արդյունքները ներկայացնել արդյուսակի տեսքով:

1.12. Ազգային վիճակագրական ծառայության երևան քաղաքի գործակալությունն ստացել է արդյունաբերական ձեռնարկության գործունեության վերաբերյալ հաշվետվություն: Հաշվետվությունում բոլոր անհրաժեշտ տեղեկությունները լրացված են, բայց բացակայում է պատասխանատու անձանց ստորագրությունը: Արդյոք կարելի՞ է այդ հաշվետվությունն ուղարկել հետագա վերամշակման, թե՞ ոչ:

ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԱՄԾՈԾՈՒՄ ԵՎ ԽՄԲԱՎՈՐՈՒՄ

2.1. Մեթոդական ցուցումներ և հիմնական խնդիրների լուծում

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների ու գործընթացների հետազոտության կարևորագույն փուլ է հանդիսանում սկզբնական տվյալների համակարգումը և դրա հիման վրա ընդհանրացնող ցուցանիշների միջոցով օբյեկտի ամփոփ բնութագրի ստացումը, ինչին հասնում են սկզբնական վիճակագրական նյութի ամփոփման և խմբավորման միջոցով:

Ամփոփումը համակցությունը կազմող կոնկրետ անհատական փաստերի ընդհանրացման հաջորդական գործառնությունների համալիրն է, որը նախատեսված է ուսումնասիրվող երևույթին բնորոշ տիպիկ գծերի և օրինաչափությունների բացահայտման համար: Ըստ նյութի մշակման խորության և ճշտության, տարբերում են պարզ և բարդ ամփոփում:

Պարզ ամփոփումը դիտարկման միավորների համակցության ընդհանուր հանրագումարների հաշվարկման գործառնությունն է: *Բարդ ամփոփումը* դիտարկման միավորների խմբավորման, ըստ ամբողջ օբյեկտի՝ առանձին խմբերի հանրագումարների հաշվարկման և վիճակագրական աղյուսակների տեսքով ամփոփված և խմբավորված արդյունքների ներկայացման գործառնությունների համալիրն է:

Բարդ ամփոփումն իրականացվում է հետևյալ փուլերով.

- խմբավորման հատկանիշի ընտրություն,
- խմբերի ձևավորման կարգի որոշում,
- ամբողջ օբյեկտի և առանձին խմբերի բնութագրման նպատակով վիճակագրական ցուցանիշների համակարգի մշակում,
- ամփոփման արդյունքների ներկայացման նպատակով վիճակագրական աղյուսակների մակետների մշակում:

Վիճակագրական խմբավորումների տեսակները: *Խմբավորումն* ուսումնասիրվող համակցության միավորների մասնատումն է առանձին համասեռ խմբերի՝ ըստ որոշակի և իրենց համար էական հատկանիշների: Վիճակագրական վերլուծության մեջ խմբավորումը կատարում է հետևյալ ֆունկցիաները.

- երևույթների սոցիալ-տնտեսական տիպերի ընդգծում,
- սոցիալ-տնտեսական երևույթներում տեղի ունեցող կառուցվածքի և կառուցվածքային տեղաշարժերի ուսումնասիրություն,
- երևույթների միջև փոխկապվածությունների վերլուծություն:

Խմբավորման ֆունկցիաներին համապատասխան, տարբերում են դրա հետևյալ տեսակները. տիպական, կառուցվածքային և վերլուծական: *Տիպական խմբավորումը* որակապես ոչ համասեռ համակցության ստորաբաժանումն է որակապես համասեռ առանձին խմբերի և դրա հիման վրա երևույթների տնտեսական տիպերի բացահայտումը: Այսպիսով, տիպական խմբավորման հիմնական նպատակը սոցիալ-տնտես-

սական երևույթների տիպերի նույնականացումն է, այդ իսկ պատճառով դրա կառուցման ժամանակ կարևոր նշանակություն է տրվում խմբավորման հատկանիշի ընտրությանը:

Կառուցվածքային խմբավորումը համասեռ համակցության միավորների բաշխման օրինաչափությունների բացահայտումն է՝ ըստ ուսումնասիրվող հատկանիշի տատանման արժեքների: Այն թույլ է տալիս ուսումնասիրել համակցության կառուցվածքը և դրանում կատարվող տեղաշարժերը:

Վերլուծական խմբավորումը համասեռ համակցության սահմաններում տատանվող հատկանիշների փոխկապվածությունների հետազոտումն է: Դրա կառուցման միջոցով կարելի է հաստատել փոխկապվածությունները երկու և ավելի հատկանիշների միջև: Այդ դեպքում մի հատկանիշը կհանդիսանա արդյունքային, իսկ մյուսը (մյուսները)՝ գործոնային:

Արդյունքային են կոչվում այն հատկանիշները, որոնք փոփոխվում են գործոնայինների ազդեցությամբ: *Գործոնային* են կոչվում այն հատկանիշները, որոնք իրենց ազդեցությունն են ունենում արդյունքային հատկանիշների փոփոխության վրա:

Վերլուծական խմբավորման կառուցման հիմնական փուլերը հետևյալն են.

- գործոնային և արդյունքային հատկանիշների հիմնավորում և ընտրություն,
- համակցության միավորների խմբավորում ըստ գործոնային հատկանիշի,
- ձևավորված յուրաքանչյուր խմբի միավորների թվի հաշվարկ, ինչպես նաև ստեղծված խմբերի սահմաններում տատանվող հատկանիշների ժամալի որոշում,
- յուրաքանչյուր խմբի համար արդյունքային ցուցանիշի (հատկանիշի) միջին չափերի հաշվարկ,
- աղյուսակի տեսքով խմբավորման արդյունքների ձևավորում,
- գործոնային և արդյունքային հատկանիշների արժեքների փոփոխության համարում՝ որոշելով դրանց միջև կապի բնույթը, այսինքն՝ հատկանիշների միջև փոխկապվածության բացահայտում:

Խմբավորումների և դասակարգումների կառուցման սկզբունքները:

Խմբավորումն սկսվում է խմբավորման հատկանիշների կազմի որոշումից: Խմբավորման հատկանիշի ընտրությունը խմբավորման տեսության և վիճակագրական հետազոտության ամենաբարդ և էական խնդիրներից մեկն է: Խմբավորման հատկանիշի ճիշտ ընտրությունից կախված են վիճակագրական հետազոտության եզրակացությունները: Որպես խմբավորման հիմք, հարկավոր է վերցնել էական և հիմնավորված հատկանիշներ:

Խմբավորման հատկանիշ է կոչվում այն հատկանիշը, ըստ որի կատարվում է համակցության միավորների բաժանումն առանձին խմբերի:

խմբավորման հիմքում կարող են ընկած լինել ինչպես քանակական, այնպես էլ ատրիբուտիվ հատկանիշներ: Առաջիններն ունեն թվային արտահայտություն (առևտրի ծավալը, մարդու տարիքը, ընտանիքի եկամուտը և այլն), իսկ երկրորդներն արտահայտում են համակցության միավորի վիճակը (մարդու սեռը, ընտանեկան դրությունը, ձեռնարկության ճյուղային պատկանելիությունը, դրա սեփականության ձևը և այլն):

Այն բանից հետո, երբ որոշվել է խմբավորման հիմքը, հարկավոր է լուծել խմբերի քանակի հարցը: Եթե խմբավորումը կատարվում է ըստ ատրիբուտիվ հատկանիշի, ապա խմբերի թիվը, որպես կանոն, կլինի այնքան, որքան այդ հատկանիշն ունի աստիճանավորում կամ վիճակի տեսակներ:

Եթե խմբավորումը կատարվում է ըստ քանակական հատկանիշի, ապա խմբերի թիվը կախված է ուսումնասիրվող օբյեկտի միավորների թվից և խմբավորման հատկանիշի տատանման աստիճանից: Յուրաքանչյուր առանձին դեպքում այն հարկավոր է հիմնավորել: Խմբերի թվի որոշումը կարելի է կատարել նաև մաթեմատիկական ճանապարհով օգտագործելով Ստերջեսի բանաձևը.

$$k = 1 + 3.322 \lg N,$$

որտեղ՝ k - խմբերի թիվն է,

N - համակցության միավորների թիվը:

Համաձայն այս բանաձևի, խմբերի թիվը կախված է համակցության ծավալից և այն տալիս է լավ արդյունքներ, եթե համակցությունը բաղկացած է մեծ թվով միավորներից ու միավորների բաշխումը մոտ է նորմալին: Վերոնշյալ բանաձևով ստացված թիվը կլորացնում են մինչև ամբողջ թիվ, քանի որ խմբերի թիվը չի կարող լինել կոտորակային: Տեղեկատվության ոչ մեծ ծավալի (համակցության միավորների թվի) դեպքում խմբերի թիվը կարող է ընդունվել հետազոտողի կողմից առանց Ստերջեսի բանաձևի օգտագործման:

Խմբերի թվի որոշման մյուս եղանակը հիմնված է միջին քառակուսային շեղման օգտագործման վրա: Եթե միջակայքի մեծությունը հավասար է 0.5σ , ապա համակցությունը բաժանվում է 12 խմբի, իսկ եթե միջակայքի մեծությունը հավասար է $2/3\sigma$ և σ -ին, ապա համակցությունը բաժանվում է համապատասխանաբար 9 և 6 խմբերի: Սակայն տվյալ մեթոդով խմբերի թվի որոշումն ունի մեծ հավանականություն՝ ստանալու «դատարկ» կամ փոքրաթիվ խմբեր: Երբ որոշված է խմբերի թիվը, այնուհետև հարկավոր է որոշել խմբավորման միջակայքերը:

Միջակայքը որոշակի սահմաններում ընկած տատանվող հատկանիշի արժեքն է: Յուրաքանչյուր միջակայք ունի իր մեծությունը, ստորին (ներքին) և վերին սահմանները կամ թեկուզ դրանցից մեկը: Միջակայքի ստորին սահման է կոչվում միջակայքում հատկանիշի նվազագույն արժեքը, իսկ վերին սահման՝ միջակայքում հատկանիշի առավելագույն արժեքը: Միջակայքի մեծությունն իրենից ներկայացնում է միջակայքի վե-

րին և ստորին սահմանների տարբերությունը: Խմբավորման միջակայքերը՝ կախված դրանց մեծությունից, լինում են հավասար և անհավասար:

Եթե հատկանիշի տատանումն արտահայտվում է համեմատաբար փոքր սահմաններում և բաշխումը կրում է հավասարաչափ բնույթ, ապա խմբավորումը կառուցում են *հավասար միջակայքերով*: Հավասար միջակայքի մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$h = \frac{R}{k} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

որտեղ՝ $R = x_{\max} - x_{\min}$, տատանման թափն է,

$x_{\max}$ և $x_{\min}$ - համակցության մեջ տատանվող հատկանիշի առավելագույն և նվազագույն արժեքներն են:

Առաջին միջակայքի ստորին սահմանն ընդունում են հավասար հատկանիշի նվազագույն արժեքին (հաճախ դա նախօրոք կլորացնում են մինչև ամբողջ թիվը), իսկ վերին սահմանը համապատասխանում է $x_i + h$ արժեքին: Հետագա խմբերի սահմանները որոշվում են համանմանորեն, այսինքն հաջորդաբար գումարվում է միջակայքի մեծությունը: Եթե միավորն ունի միջակայքի վերին սահմանի մեծությանը հավասար արժեք, ապա նրան վերագրում են հաջորդ խմբին:

Եթե հատկանիշի տատանման թափը մեծ է և դրա արժեքները տատանվում են անհամաչափորեն, ապա հարկավոր է կիրառել անհավասար միջակայքերով խմբավորումներ: Անհավասար միջակայքերը կարող են լինել պրոգրեսիվ աճող և պրոգրեսիվ նվազող թվաբանական կամ երկրաչափական պրոգրեսիայով: Թվաբանական պրոգրեսիայով փոփոխվող միջակայքի մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$h_{i+1} = h_i + a,$$

իսկ երկրաչափական պրոգրեսիայում՝

$$h_{i+1} = h_i \cdot q,$$

որտեղ՝ a - հաստատուն թիվ է, որը դրական է պրոգրեսիվ աճող միջակայքերի համար և բացասական՝ պրոգրեսիվ նվազող միջակայքերի համար,

q - հաստատուն դրական թիվ է, որը պրոգրեսիվ աճող միջակայքերում $q > 1$ -ից, իսկ պրոգրեսիվ նվազող միջակայքերում՝ $q < 1$ -ից:

Անհավասար միջակայքերի կիրառումը պայմանավորված է նրանով, որ առաջին խմբերում ցուցանիշների ոչ մեծ տարբերությունն ունի մեծ նշանակություն, իսկ վերջին խմբերում այդ տարբերությունն էական չէ:

Խմբավորումների միջակայքերը կարող են լինել բաց և փակ: *Փակ* են կոչվում այն միջակայքերը, որոնք ունեն վերին և ստորին սահմաններ, մինչդեռ *բաց* միջակայքերում նշվում է միայն մեկ սահման. վերինը՝ առաջինի մոտ, ստորինը՝ վերջինի մոտ:

Մակրոմակարդակով սոցիալ-տնտեսական երևույթների ուսումնասիրության ժամանակ հաճախ օգտագործվում են այնպիսի խմբավորումներ, որոնց միջակայքերը լինում են ոչ պրոգրեսիվ աճող, ոչ էլ պրոգրեսիվ նվազող: Այդպիսի միջակայքերը կոչվում են *կամայական*:

Կառուցվածքային խմբավորման տարատեսակն է բաշխման շարքը: *Բաշխման շարքը* համակցության միավորների կարգավորված բաշխումն է խմբերի՝ ըստ որոշակի հատկանիշի: Բաշխման շարքի կառուցման կանոնները համանման են խմբավորման կառուցմանը:

Բաշխման շարքի հիմքում ընկած հատկանիշից կախված՝ տարբերում են ատրիբուտիվ և վարիացիոն բաշխման շարքեր:

Քանակական հատկանիշով կառուցված բաշխման շարքին անվանում են *վարիացիոն շարք*: Յուրաքանչյուր վարիացիոն շարք բաղկացած է երկու մասից՝ տարբերակներից և հաճախականություններից: *Հաճախականություն* են կոչվում վարիացիոն շարքի խմբերի կամ առանձին տարբերակների թվաքանակները: *Հաճախություններ* են կոչվում հաճախականությունները, որոնք արտահայտվում են մասերով կամ տոկոսներով ընդամենի նկատմամբ:

Հատկանիշի վարիացիայի բնույթից կախված՝ տարբերում են դիսկրետ և միջակայքային շարքեր: *Դիսկրետ վարիացիոն շարքը* բնութագրում է համակցության միավորների բաշխումն ըստ դիսկրետ հատկանիշի, որն ընդունում է միայն ամբողջ արժեքներ:

Օրինակ: Ընտանիքների բաշխումն ըստ երեխաների թվի (տե՛ս աղյուսակ 2.1):

Աղյուսակ 2.1

Քաղաքի ընտանիքների բաշխումն ըստ երեխաների թվի (սվյալները դայմանական են)

Ընտանիքում երեխաների թիվը, մարդ	Ընտանիքների թիվը, միավոր	Տեսակարար կշիռը, տոկոսով
1	1200	60.0
2	600	30.0
3 և ավելի	200	10.0
Ընդամենը	2000	100

Միջակայքային վարիացիոն շարքերը կառուցվում են հատկանիշի անընդհատ վարիացիայի դեպքում, ինչպես նաև, երբ դիսկրետ վարիացիան արտահայտվում է լայն սահմաններով, այսինքն՝ ընդհատ հատկանիշի տարբերակների թիվը բավականին մեծ է:

Օրինակ: Ձեռնարկության բանվորների բաշխումն ըստ թողարկման նորմերի կատարման (տե՛ս աղյուսակ 2.2):

Աղյուսակ 2.2-ում հաշվարկված են նաև հաճախություններն ու կուտակված հաճախականությունները: Տեսակարար կշիռներով արտահայտված հաճախությունները հաշվարկվել են հետևյալ կերպ.

$$\frac{7}{90} = 0.077, \quad \frac{20}{90} = 0.222 \text{ և այլն:}$$

Աղյուսակ 2.2

Բանվորների թողարկման նորմերի կատարումը

Բանվորների խմբերն ըստ թողարկման նորմերի կատարման, %	Բանվորների թիվը	Հաճախություններ, w		Կուտակված հաճախականությունը S
		մասով	տոկոսով	
80-90	7	0.078	7.8	7
90-100	20	0.222	22.2	27
100-110	40	0.444	44.4	67
110-120	15	0.167	16.7	82
120-130	8	0.089	8.9	90
Ընդամենը	90	1.000	100.0	-

Երկրորդվող խմբավորում: Այն խմբավորումները, որոնք կառուցված են միևնույն ժամանակաշրջանում, բայց տարբեր շրջանների համար կամ, ընդհակառակը, միևնույն շրջանի համար, բայց տարբեր ժամանակաշրջաններում, կարող են լինել անհամադրելի՝ ընդգծված խմբերի տարբեր թվաքանակի կամ միջակայքերի ոչ նույնական սահմանների պատճառով: Նման դեպքերում հարկավոր է կատարել տվյալների վերախմբավորում երկրորդվող խմբավորման օգնությամբ:

Երկրորդվող խմբավորումը նախկինում կատարված խմբավորման հիման վրա նոր խմբերի ձևավորման գործառնությունն է: Նոր խմբերի ձևավորումը կատարում են երկու եղանակի միջոցով: Առաջին՝ ամենապարզ և տարածված եղանակը, հանդիսանում է սկզբնական միջակայքերի փոփոխությունը (հաճախ խոշորացումը): Երկրորդ եղանակն ստացել է *կշռային վերախմբավորում* անվանումը և նոր խմբերի ձևավորումը կատարվում է յուրաքանչյուր խմբի համար համակցության միավորների որոշակի մասի ամրացման հիման վրա: Ցույց տանք երկրորդվող խմբավորման մեթոդը հետևյալ օրինակով:

Օրինակ: Հարկավոր է կատարել տվյալների վերախմբավորում ըստ շահույթի մեծության շինարարական ձեռնարկությունների պայմանագրերի բաշխման վերաբերյալ տվյալների հիման վրա՝ ստեղծելով նոր խմբեր հետևյալ միջակայքերով. մինչև 600, 600 – 1000, 1000 – 2000, 2000 – 3000, 3000-ից բարձր (տե՛ս աղյուսակ 2.3):

Լուծում: Առաջին նոր խմբի մեջ կմտնի պայմանագրերի առաջին խումբն ամբողջությամբ և երկրորդ խմբի մի մասը: Որպեսզի ձևավորվի «մինչև 600 մլն. դրամ» խումբը, հարկավոր է վերցնել երկրորդ խմբից 100 մլն. դրամ: Այդ միջակայքի մեծությունը կազմում է 500 մլն. դրամ: Հետևաբար, հարկավոր է դրանից վերցնել 1/5-ը (100:500): Նոր ձևավորվող առաջին խմբի համար նույնքան մաս հարկավոր է վերցնել և

պայմանագրերի թվից, այսինքն՝ $20 \cdot 1/5 = 4$ պայմանագիր: Այսպես առաջին նոր խմբում կլինի՝ $16+4=20$ պայմանագիր:

Աղյուսակ 2.3

Շինարարական ձեռնարկությունների պայմանագրերի բաշխումն ըստ շահույթի մեծության

Խմբի համարը	Խմբերն ըստ շահույթի մեծության, մլն. դրամ	Պայմանագրերի թիվը, հատ
1	մինչև 500	16
2	500 – 1000	20
3	1000 – 1800	46
4	1800 – 3000	72
5	3000 – 4000	37
6	4000 և ավելի	9
Ընդամենը	-	200

Երկրորդ նոր խումբը կկազմեն երկրորդ խմբի պայմանագրերը՝ հանած առաջին նոր խմբին տրված պայմանագրերը, այսինքն՝ $20 - 4 = 16$: Նոր ստեղծված երրորդ խմբում կմտնեն երրորդ խմբի բոլոր պայմանագրերը և չորրորդի մի մասը: Այդ մասի որոշման համար $1800-3000$ միջակայքից (միջակայքի լայնությունը կազմում է 1200 մլն. դրամ) հարկավոր է վերցնել 200 մլն. դրամ, այսինքն՝ $1/6$ -ը ($200:1200$): Այդ խմբում 72 պայմանագիր է, նշանակում է պետք է վերցնել $72 \cdot (1:6) = 12$ միավոր: Այսպիսով, երրորդ նոր խմբում կընդգրկվեն $46+12=58$ պայմանագիր: Նմանակերպ որոշվում են չորրորդ և հինգերորդ նոր խմբերը: Վերախմբավորման արդյունքները ներկայացված են 2.4 աղյուսակում:

Աղյուսակ 2.4

Խմբի համարը	Խմբերն ըստ շահույթի մեծության, մլն. դրամ	Պայմանագրերի թիվը, հատ
1	մինչև 600	20
2	600 – 1000	16
3	1000 – 2000	58
4	2000 – 3000	60
5	3000 և ավելի	46
Ընդամենը	-	200

Վիճակագրական աղյուսակներ: Աղյուսակը հանդիսանում է վիճակագրական տվյալների ներկայացման, վիճակագրական դիտարկման նյութերի ամփոփման և խմբավորման արդյունքների շարադրման ռացիոնալ, պատկերավոր և խտաբար ձևը: Վիճակագրական է կոչվում այն աղյուսակը, որը պարունակում է ուսումնասիրվող համակցության ամփոփ թվային բնութագիրն ըստ մեկ կամ մի քանի՝ տնտեսական վերլուծության տրամաբանությամբ փոխկապված, էական հատկանիշների:

Վիճակագրական աղյուսակի հիմքը կազմող հիմնական տարրերը ներկայացված են սխեմա 1-ում:

Աղյուսակի անվանում				
Տողերի բովանդակությունը	Սյուների անվանում (վերևի վերնագրերը)			Հանրագումարային սյուն
	1	2	...	
Տողերի անվանում (կողային վերնագրերը)				
Հանրագումար				

Սխեմա 1. Վիճակագրական աղյուսակի հիմնական տարրերը

Աղյուսակի տեսակներն ըստ ենթակայի բնույթի: Վիճակագրական աղյուսակի ենթակա է կոչվում այն օբյեկտը, որն աղյուսակում բնութագրվում է թվերով: Դա կարող է լինել համակցություն, համակցության առանձին միավորներ, անվանացանկային կամ մեկ և մի քանի հատկանիշներով խմբավորված տարածքային միավորներ, ժամանակահատվածներ և այլն: Դրան համապատասխան ենթակայի կառուցվածքից կախված տարբերում են պարզ, որոնց ենթակայում տրվում է համակցության միավորների պարզ ցանկը (անվանացանկային) կամ միայն որևէ մեկ միավոր՝ որոշակի հատկանիշով ընդգծված (մոնոգրաֆիկ), և բարդ, որոնց ենթական պարունակում է համակցության միավորների խմբեր ըստ մեկ (խմբային) կամ մի քանի (կոմբինացված) ատրիբուտիվ կամ որակական հատկանիշների: Ընդ որում, պարզ աղյուսակի ենթական կարող է ձևավորվել ըստ տեսակային, տարածքային և ժամանակային սկզբունքների:

Բերենք աղյուսակի ենթակայի մշակման օրինակներ:

Օրինակ: Պարզ անվանացանկային աղյուսակ:

Աղյուսակ 2.5

Պեսական սոցիալական հիմնադրամների բյուջեների կառուցումը 2003թ. (մլրդ. դրամ)

Պետական սոցիալական հիմնադրամներ	Ստացումներ	Ծախսումներ
Կենսաթոշակային հիմնադրամ	500	400
Սոցիալական ապահովագրության հիմնադրամ	100	85
Բնակչության զբաղվածության հիմնադրամ	50	45

Ենթակա՝ պետական սոցիալական հիմնադրամներ:

Օրինակ: Պարզ մոնոգրաֆիկ աղյուսակ:

Աղյուսակ 2.6

Պետական սոցիալական հիմնադրամների բյուջեների կառուցումը 2003թ. (մլրդ. դրամ)

	Ստացումներ	Ծախսումներ
Պետական սոցիալական հիմնադրամներ	500	400

Աղյուսակների տեսակներն ըստ ստորոգյալի բնույթի: Վիճակագրական աղյուսակի *ստորոգյալը* ցուցանիշների համակարգ է, որոնցով բնութագրվում է ուսումնասիրության օբյեկտը, այսինքն՝ աղյուսակի ենթական: Ստորոգյալը ձևավորում է սյուների վերնագրերը և կազմում է դրանց բովանդակությունը:

Վիճակագրական աղյուսակներն ըստ ստորոգյալի կառուցվածքի լինում են պարզ և բարդ: Ստորոգյալի *պարզ մշակման* դեպքում դրան որոշող ցուցանիշն ստացվում է առանձին վերցրած յուրաքանչյուր հատկանիշի արժեքների պարզ գումարման ճանապարհով:

Ստորոգյալի *բարդ մշակումը* ենթադրում է դրան կազմող հատկանիշի բաժանումը խմբերի:

Օրինակ: Ստորոգյալի բարդ կոմբինացված մշակմամբ վիճակագրական աղյուսակը պարունակում է միմյանց հետ փոխկապված երկու հատկանիշ. ատրիբուտի՝ ապահովագրվածների կատեգորիաները և քանակական՝ ապահովագրական գումարը:

Աղյուսակ 2.7

Առաժնովագրական ընկերությունների հաճախողների բաշխումն ըստ կատեգորիաների և ապահովագրական գումարների 2003թ. I-ին եռամսյակում

Ապահովագրական ընկերություն	Հաճախողների թիվը, մարդ	Այդ թվում՝ հաճախորդների բաշխումն ըստ կատեգորիաների և ապահովագրական գումարի					
		առևտրային կառույցների ղեկավարներ		ծեռնարկությունների և օֆիսների աշխատողներ		միլիցիոներներ, պահակներ, գանձիչներ	
		5-15 հազ. դրամ	15-ից բարձր	5-15 հազ. դրամ	15-ից բարձր	5-15 հազ. դրամ	15-ից բարձր
1	444	195	180	13	12	23	21
2	390	150	180	12	15	15	18
3	595	210	300	26	10	21	28
4	352	125	175	10	12	14	16
5	352	200	250	10	15	22	25
6	320	110	110	28	28	22	22
7	480	200	200	15	20	20	25
Ընդամենը	3103	1190	1395	117	112	137	155

Փոխլարվածության աղյուսակը պարունակում է ուսումնասիրվող համակցության թվային բնութագիրն ըստ երկու և ավելի ատրիբուտի՝ հատկանիշների, կամ ատրիբուտի և քանակական հատկանիշների կոմբինացիայի: Փոխլարվածության աղյուսակներն առավել կիրառելի են սոցիալական երևույթների ուսումնասիրության ժամանակ:

Աղյուսակ 2.8

Տասներորդ դասարանի շրջանավարտների սոցիալական կողմնորոշումը և ծնողների (ըստ հոր) սոցիալական դրությունը

Յոր սոցիալական կարգավիճակը	Սովորողի սոցիալական կողմնորոշումը			
	Արդյունաբերության և տրանսպորտի աշխատող	Առևտրի և ծառայությունների ոլորտի աշխատող	Կառավարման ոլորտի ծառայող	Չեռնե-րեց
Արդյունաբերության և տրանսպորտի աշխատող	2	16	5	14
Առևտրի և ծառայությունների ոլորտի աշխատող	1	10	4	20
Կառավարման ոլորտի ծառայող	0	12	3	22
Չեռնե-րեց	2	7	30	20

Տվյալների վերլուծության ժամանակ վիճակագրական աղյուսակների հետ մեկտեղ կիրառվում են նաև այլ տեսակի աղյուսակներ, որոնցից մեկը հանդիսանում է մատրիցան:

Մատրիցա է կոչվում թվային տեղեկատվության ուղղանկյուն աղյուսակը, որը բաղկացած է m տողերից և n սյուներից: Օրինակ՝ շինարարական կազմակերպությունների շահութաբերության մակարդակի վրա որոշ գործոնների ազդեցության փորձագիտական գնահատականների մատրիցան.

$$m/n \quad \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ m_1 & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \\ m_2 \\ m_3 \end{matrix}$$

որտեղ՝ x_1 - ֆոնդահատույցի մակարդակն է,

x_2 - մեկ աշխատողի հաշվով արտադրանքի թողարկումը, հազ. դրամ/ մարդ,

x_3 - շրջանառու միջոցների շրջանառելիության գործակիցն է,

m_1, m_2, m_3 - փորձագետներ:

Օրինակ: Արդյունաբերության ճյուղերից մեկի ծեռնարկությունների գործունեության հիմնական ցուցանիշների գույգային կոռելյացիայի գործակիցների մատրիցա.

	y	x ₁	x ₂
y	1.00	0.63	0.71
x ₁	0.63	1.00	0.32
x ₂	0.71	0.32	1.00

որտեղ՝ y - ձեռնարկության շահույթն է, մլն. դրամ,

x₁ - հիմնական արդյունաբերաարտադրական ֆոնդերի միջին տարեկան արժեքը, մլն., դրամ,

x₂ - ձեռնարկության աշխատողների միջին ցուցակային քիվը:

Վիճակագրական գրաֆիկներ: Վիճակագրությունում գրաֆիկական մեթոդները հանդիսանում են զանգվածային նյութի վիճակագրական ամփոփման և մշակման արդյունքների պատկերավոր ներկայացման ձևը: Մի շարք դեպքերում գրաֆիկները հանդիսանում են վիճակագրական տվյալների վերլուծության, հետազոտության և օրինաչափությունների բացահայտման անփոխարինելի միջոցներ:

Վիճակագրական գրաֆիկը գծագիր է, որի վրա որոշակի ցուցանիշներով բնութագրվող վիճակագրական համակցությունները նկարագրվում են պայմանական երկրաչափական կերպարների ու նշանների օգնությամբ:

Չնայած գրաֆիկական պատկերների բազմազանությանը, յուրաքանչյուր գրաֆիկ պետք է ներառի հետևյալ տարրերը. գրաֆիկական կերպար, գրաֆիկի դաշտ, մասշտաբային կողմնորոշիչներ և կոորդինատային համակարգ:

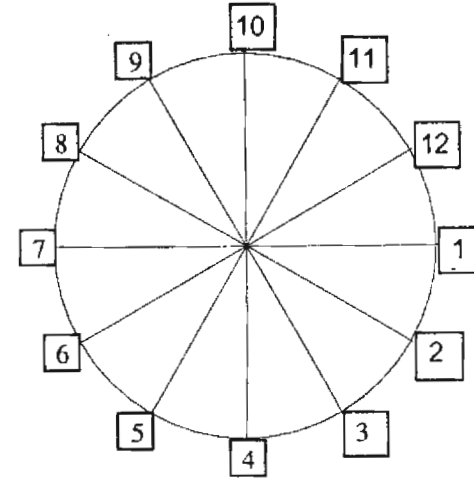
Գրաֆիկական կերպարը երկրաչափական նշաններ են, այսինքն՝ կետերի, գծերի և պատկերների համակցություն, որոնց օգնությամբ նկարագրվում են վիճակագրական մեծությունները: *Գրաֆիկի դաշտը* իրենից ներկայացնում է տարածություն, որում տեղադրվում են երկրաչափական նշաններ:

Վիճակագրական գրաֆիկի *մասշտաբային կողմնորոշիչները* որոշվում են մասշտաբով և մասշտաբային սանդղակով: Վիճակագրական գրաֆիկի *մասշտաբը* թվային մեծության փոփոխման չափն է, իսկ *մասշտաբային սանդղակը* գծեր են, որոնց որոշակի կետերը կարող են կարդացվել որպես որոշակի թվեր: Սանդղակները կարող են լինել հավասարաչափ և անհավասարաչափ:

Գրաֆիկի դաշտում երկրաչափական նշանների տեղաբաշխման համար հարկավոր է կոորդինատային համակարգ: Վիճակագրական գրաֆիկների կառուցման ժամանակ առավել տարածված է ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգը: Ընդ որում, արեքսիս և օրդինատի մասշտաբների լավագույն հարաբերակցությունը՝ 1.62 : 1-ի, որը հայտնի է «ոսկե հատում» անվանումով:

Ժամանակի մեջ ցիկլային փոփոխությունները պատկերավոր նկարագրելու համար հակադիր կոորդինատային համակարգում կառուցվում

են գծային գրաֆիկներ, որոնք կոչվում են շառավղային դիագրամներ: *Շառավղային դիագրամներում* շառավղները նշանակում են ժամանակահատվածներ, իսկ շրջանագիծը՝ ուսումնասիրվող երևույթի մեծությունը:



Փնակար 1. Թվային միջակայքեր հակադիր կոորդինատային համակարգում

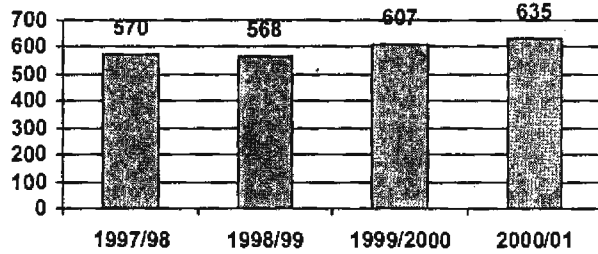
Դիագրամներում թվային տվյալները առավել հաճախ ներկայացվում են գծերի և երկրաչափական գծագրերի տեսքով: *Վիճակագրական քարտեզում* թվային տվյալները ներկայացվում են աշխարհագրական քարտեզի վրա պայմանական նշանների (կետերի, տարբեր ստվերագծերի կամ գունագաղղի) նշանակման ճանապարհով:

Դիտենք դիագրամների հիմնական տեսակների կառուցումը կոնկրետ թվային օրինակների վրա: *Սյունակային դիագրամների* վրա վիճակագրական տվյալները ներկայացվում են ըստ ուղղահայաց ձգված ուղղանկյունների տեսքով: Սյունակային դիագրամներում ներկայացվող մեծությունները համամասնական են սյունակների երկարությանը:

Շերտավոր դիագրամները բաղկացած են հորիզոնական տեղաբաշխված ուղղանկյուններից: Այդ դեպքում մասշտաբային սանդղակը հանդիսանում է հորիզոնական առանցքը:

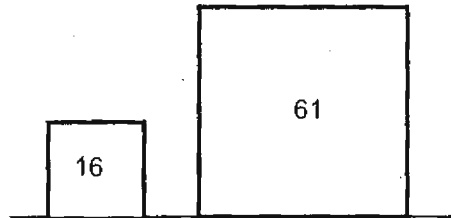
Ի տարբերություն սյունակային և շերտավոր դիագրամների, քառակուսային և շրջանագծային դիագրամներում ներկայացվող երևույթի մեծությունն արտահայտվում է մակերեսի չափով:

Օրինակ: Ներկայացնել մարզի ոչ պետական հանրակրթական դպրոցների թվի վերաբերյալ գրաֆիկական տվյալները հետևյալ ուսումնական տարիների կտրվածքով (տարվա սկզբին). 1997/98՝ 570, 1998/99՝ 568, 1999/2000՝ 607, 2000/01՝ 635:



Գծանկար 2. Մարզում հանրակրթական ոչ ղեռակա ղորոցների թիվը 19997-2001թթ.

Օրինակ: Կառուցել քառակուսային դիագրամա մարզի ոչ պետական ղյորոցներում 2001թ. ուսուցիչների և աշակերտների թվաքանակների համեմատման նպատակով: Դիագրամայի կառուցման համար հարկավոր է հետևյալ մեծությունների համար ղուրս հանել քառակուսի արմատները. ուսուցիչների թիվը՝ 16 հազ. մարդ, աշակերտների թիվը՝ 61 հազ. մարդ: Դրանք համապատասխանաբար կազմում են՝ 4 և 7.81:

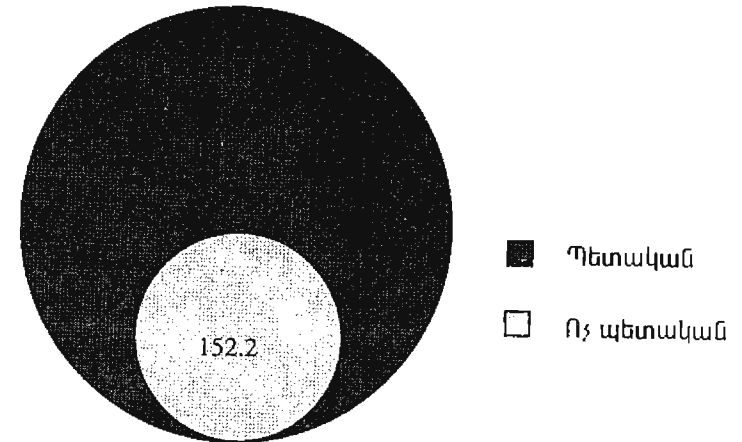


Գծանկար 3. Մարզի ոչ ղեռակա ղորոցների աշակերտների և ուսուցիչների թիվը 2001թ. (հազ. մարդ)

Շրջանագծային դիագրամաները կառուցվում են նույն կերպ: Տարբերությունը միայն այն է, որ գրաֆիկի վրա գծվում են շրջանագծեր, որոնց մակերեսները համամասնական են ներկայացվող մեծությունների քառակուսի արմատներին (գծանկար 4):

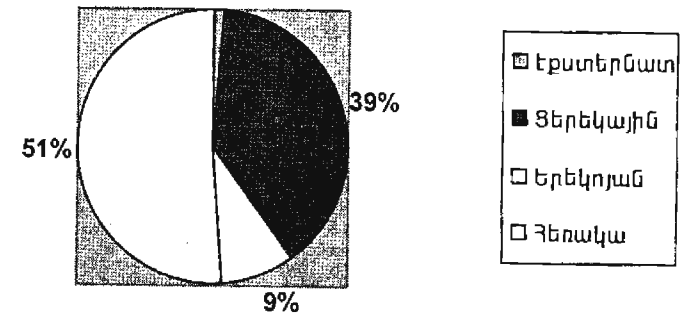
Շրջանագծերն ուսումնասիրվող մեծությունները ներկայացնում են իրենց մակերեսով: Եթե շրջանագծերը տեղադրվում են մեկը մյուսի մեջ, ապա կարելի է համեմատել դրա նց մակերեսները:

Սեկտորային դիագրամաները հարմար է կառուցել հետևյալ կերպ. երևույթի ամբողջ մեծությունն ընդունվում է 100%-ին հավասար և հաշվարկվում են դրա առանձին մասերի տեսակարար կշիռները տոկոսներով: Շրջանագծի բաժանվում է սեկտորների՝ ներկայացվող ամբողջի մասերին համամասնորեն: Այսպիսով, յուրաքանչյուր 1%-ին ընկնում է 3.6°: Սեկտորների կենտրոնական անկյուններն ստանալու համար հարկավոր է դրանց տոկոսային արտահայտությունը բազմապատկել 3.6°:



Գծանկար 4. Մարզի ղեռակա և ոչ ղեռակա բուհերի ընդունվածների թիվը 2001թ.

Օրինակ: Ներկայացնել սեկտորային դիագրամայի միջոցով մարզի ոչ պետական բուհերի ուսանողների թիվն ըստ ուսուցման ձևերի 2000/01 ուս. տարվա համար: Ցերեկային ուսուցման ձևով սովորում է ուսանողների 39%-ը, երեկոյան՝ 9%-ը, հեռակա՝ 51%-ը, էքստենսատ՝ 1%-ը: Այդ տվյալներով որոշենք կենտրոնական անկյունները. ցերեկային ուսուցման ձևի համար այն կազմում է՝ 140.4° (39·3.6), երեկոյան ձևով՝ 32.4° (9·3.6), հեռակա ձևով՝ 183.6° (51·3.6), էքստենսատ ձևով՝ 3.6° (1·3.6):



Գծանկար 5. Մարզի ոչ ղեռակա բուհերի ուսանողների ուսուցման ձևերի կառուցվածքը 2000/01 ուս. տարվա համար

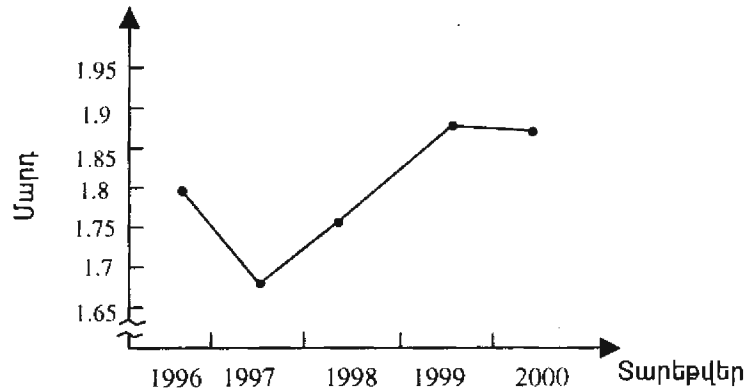
Գծային դիագրամաները կիրառվում են երևույթների փոփոխությունները ժամանակի մեջ, պլանային առաջադրանքների կատարումը բնութագրելու, ինչպես նաև բաշխման շարքերն ուսումնասիրելու և երևույթների կապվածությունը բացահայտելու համար: Գծային դիագրամաներում որպես երկրաչափական նշաններ ծառայում են կետերը և դրանց

հաջորդաբար միացվող ուղղի հատվածները, որոնք ձևավորում են կոր գծերը:

Օրինակ: Գծային դիագրամայի միջոցով ներկայացնել մարզի բուհերում 1996-2000թթ. ընդունելության քննությունների մրցույթի վերաբերյալ հետևյալ տվյալները (մեկ ընդունվածի հաշվով քննություն հանձնողներ).

Տարեթիվ	1996	1997	1998	1999	2000
Մրցույթ, մարդ	1.8	1.7	1.8	1.9	1.9

Ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգի օրդինատների առանցքի վրա տեղադրենք դիմորդների մրցույթի վերաբերյալ տվյալները (մասշտաբը՝ 1 սմ=0.05 մարդ):

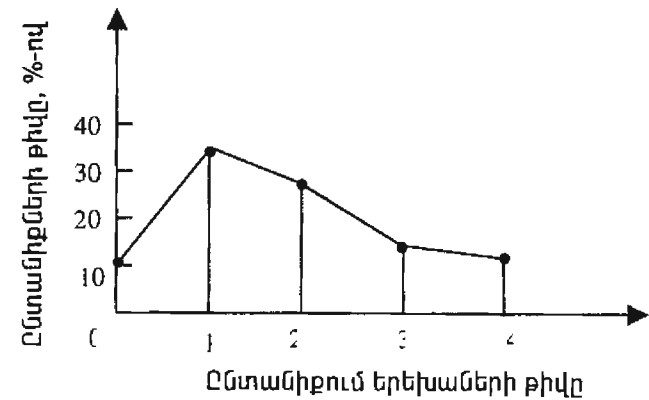


Գծանկար 6. Մարզի բուհերի ընդունելության քննությունների մրցույթը 1996-2000թթ.

Հաճախակի մեկ գծային դիագրամայում բերվում են մի քանի կոր գծեր, որոնք տալիս են տարբեր ցուցանիշների կամ միևնույն ցուցանիշի տարբեր տարածքների դինամիկայի համեմատական բնութագիրը:

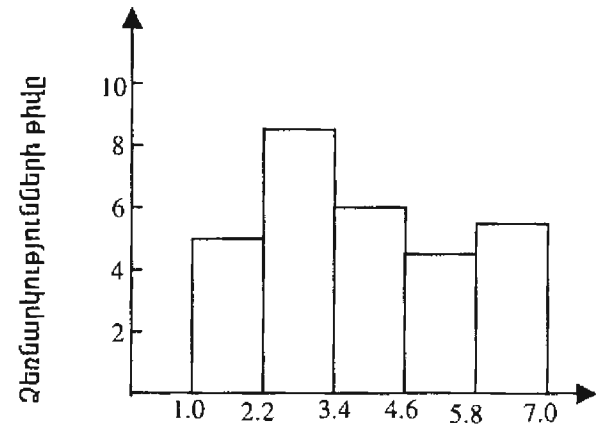
Բաշխման շարքերն առավել հաճախ ներկայացվում են հետևյալ գրաֆիկների միջոցով. պոլիգոն, հիստոգրամա, կոմոլյատա և օգիվ:

Վերոնշյալ գրաֆիկները կառուցվում են ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգում: *Պոլիգոնի* կառուցման համար արժեքների առանցքի վրա միևնույն մասշտաբով դեպի աջ կողմը տեղադրում են հատկանիշի արժեքներն աճման կարգով (դիսկրետ շարքի համար), կամ միջակայքերի կենտրոնական արժեքները (միջակայքային շարքերի համար), օրդինատների առանցքի վրա տեղադրվում է հաճախականությունների մեծություններն արտահայտող սանդղակը: Արժեքների առանցքի հատկանիշի մեծությամբ համապատասխանող կետերից վերականգնվում են հաճախականությանը համապատասխանող ուղղահայացներ, իսկ ուղղահայացների ծայրակետերը միացվում են ուղղի հատվածներով: Արժեքների առանցքի հետ փակ բեկյալ գիծը բաշխման հաճախականությունների պոլիգոնն է:



Գծանկար 7. 2003թ. մարզում ընթանիմների ըս երեխաների թվի բաշխման դիագրամ

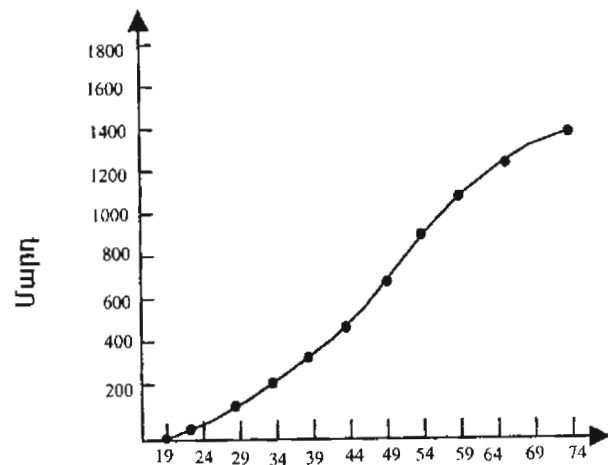
Հիստոգրամայի կառուցման համար արժեքների առանցքի վրա տեղադրվում են միջակայքերի մեծությունները, իսկ հաճախականությունները ներկայացվում են ուղղանկյուններով, որոնք կառուցված են միջակայքերի վրա օրդինատների առանցքի սաղղակի բարձրության հետ: Միջակայքերի անհավասարության դեպքում հիստոգրաման կառուցվում է ոչ թե ըստ հաճախականությունների կամ հաճախությունների, այլ ըստ բաշխման խտության:



Գծանկար 8. Շյուղի ձեռնարկությունների հիմնական արտադրական ֆոնդերի ըստ արժեքի բաշխման հիստոգրամ

Մի շարք դեպքերում վարիացիոն շարքերը պատկերելու նպատակով կիրառվում է կոմոլյատիվ կորը (կոմոլյատա): Այն առավել հարմար է վարիացիոն շարքերի համեմատման համար: Կոմոլյատված հաճախական-

նությունները տեղադրվում են պատկերի վրա օրդինատների տեսքով՝ միացնելով առանձին օրդինատներն ուղղի հատվածներով, ստանում են բեկյալ գիծ, որը գրոյից սկսելով՝ անընդհատ բարձրանում է աբսցիսների առանցքի վրայով, մինչև հաճախականությունների ընդհանուր գումարի համապատասխան բարձրության հասնելը: Եթե կոմպյուտայի կոորդինատային առանցքները փոխվեն տեղերով, ապա կստացվի գրաֆիկական պատկերման նոր տեսք՝ օգիվ:



Գծանկար 9. Մարդի բնակչության ըստ տարիի բաշխման կոմպյուտաս

2.2. ԽՆԴԻՐՆԵՐ և ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

2.1. Օգտվելով Ստերջենի բանաձևից՝ որոշել ֆիրմայի աշխատողների ըստ եկամտի մակարդակի խմբավորման միջակայքը, եթե աշխատողների ընդհանուր թիվը կազմում է 20 մարդ, իսկ նվազագույն և առավելագույն եկամուտը համապատասխանաբար՝ 15 և 60 հազ. դրամ:

2.2. Վիճակագրության ընդհանուր տեսության առարկայից 2004թ. ձմեռային քննաշրջանին ներկայացած խմբի 20 ուսանողներն ստացել են հետևյալ գնահատականները (բալներով).

5	4	3	3	5	4	4	3	2	4
3	2	2	3	5	3	3	2	5	4

Կառուցել.

ա) ուսանողների բաշխման շարքն ըստ քննաշրջանին ստացած գնահատականների և այն գրաֆիկորեն պատկերել,

բ) ուսանողների բաշխման շարքն ըստ առաջադիմության մակարդակի՝ ընդգծելով երկու խումբ. առաջադեմ (3 բալ և ավելի) և ոչ առաջադեմ (2 բալ),

գ) ցույց տալ, թե բաշխման շարքի որ տեսակին է (վարիացիոն կամ ատրիբուտիվ) պատկանում այդ երկու շարքերից յուրաքանչյուրը:

2.3. 2004թ. բուհի ընդունելության քննություններին դիմորդների հանձնած արդյունքների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (բալներով).

12	18	16	20	17	19	20	17	17
13	17	12	15	20	18	19	18	16
12	18	16	18	14	14	17	19	14
15	16	14	19	12	15	16	20	13

Կառուցել.

ա) դիմորդների բաշխման շարքն ըստ հանձնած ընդունելության քննությունների արդյունքների՝ ընդգծելով հավասար միջակայքերով չորս խումբ,

բ) շարք, որը կիսում է դիմորդներին ըստ ընդունվածների և չընդունվածների՝ հաշվի առնելով, որ անցողիկ բալը կազմել է 15 միավոր,

Եշել, թե խմբավորման որ հատկանիշով է (քանակական կամ ատրիբուտիվ) կառուցված այդ բաշխման շարքերից յուրաքանչյուրը:

2.4. Հայտնի են հետևյալ տվյալները հանրապետության խոշոր բանկերի գործունեության ցուցանիշների վերաբերյալ (տվյալները պայմանական են).

1. Կատարել առևտրային բանկերի խմբավորումն ըստ սեփական կապիտալի մեծության՝ ընդգծելով հավասար միջակայքերով չորսը խումբ: Յուրաքանչյուր խմբի համար հաշվարկել ակտիվների գումարը, սեփական կապիտալը, ներգրավված ռեսուրսները, հաշվեկշռային շահույթը:

Խմբավորման արդյունքները ներկայացնելու արդյունակի տեսքով և կատարել եզրակացություններ:

2. Կառուցել բանկերի բաշխման պոլիգոնը և հիստոգրաման ըստ սեփական կապիտալի մեծության:

(մլրդ. դրամ)

Համար	Ակտիվների գումար	Սեփական կապիտալ	Ներգրավված ռեսուրսներ	Հաշվեկշռային շահույթ
1	645.6	12.0	27.1	8.1
2	636.9	70.4	56.3	9.5
3	629.0	41.0	95.7	38.4
4	619.6	120.8	44.8	38.4
5	616.4	49.4	108.7	13.4
6	614.4	50.3	108.1	30.1
7	608.6	70.0	76.1	37.8
8	601.1	52.4	26.3	41.1
9	600.2	42.0	46.0	9.3
10	600.0	27.3	24.4	39.3
11	592.9	72.0	65.5	8.6
12	591.7	22.4	76.0	40.5
13	585.5	39.3	106.9	45.3
14	578.6	70.0	89.5	8.4
15	577.5	22.9	84.0	12.8
16	553.7	119.3	89.4	44.7
17	543.6	49.6	93.8	8.8
18	542.0	88.6	26.7	32.2
19	517.0	43.7	108.1	20.3
20	516.7	90.5	25.2	12.2

2.5. Կատարել բանկերի կառուցվածքային խմբավորում ըստ հաշվեկշռային շահույթի մեծության՝ ստեղծելով բաց միջակայքերով չորս խումբ, 2.4. խնդրում բերված տվյալների հիման վրա: Կառուցել բանկերի բաշխման օգիվն ըստ հաշվեկշռային շահույթի մեծության:

2.6. Կատարել առևտրային բանկերի վերլուծական խմբավորում ըստ հաշվեկշռային շահույթի մեծության 2.4 խնդրի տվյալների հիման վրա՝ ստեղծելով չորս խումբ: Յուրաքանչյուր խմբի համար հաշվարկել հաշվեկշռային շահույթի հետ փոխկապված երկու ցուցանիշ: Խմբավորման արդյունքները ներկայացնել արդյունակի տեսքով և կատարել եզրակացություններ:

2.7. Խնդիր 2.4-ի տվյալների հիման վրա կառուցել առևտրային բանկերի բոլոր հնարավոր կառուցվածքային և վերլուծական խմբավորումները:

2.8. Խնդիր 2.4-ի տվյալներով կատարել առևտրային բանկերի խմբավորում ըստ սեփական կապիտալի մեծության՝ ստեղծելով հետևյալ խմբերը. մինչև 20, 20 – 40, 40 – 60, 60 – 80 և 80-ից ավելի:

2.9. Կատարել երկու մարզերի գործազուրկների խմբավորում՝ ըստ սեռի և տարիքի, դրանց համադրելի տեսքի բերելու նպատակով: Կատարել արդյունքների համեմատական վերլուծություն:

(%-ով ընդամենի նկատմամբ)

Մարզ 1				Մարզ 2			
Խմբերն ըստ տարիքի	Ընդամենը	այդ թվում՝		Խմբերն ըստ տարիքի	Ընդամենը	այդ թվում՝	
		կին	տղամարդ			կին	տղամարդ
15 – 19	11.8	14.2	9.5	մինչև 20	12.0	13.7	10.2
20 – 24	16.2	15.2	17.2	20 – 30	35.5	37.2	39.7
25 – 29	11.3	10.9	11.8	30 – 40	26.2	24.5	24.6
30 – 49	48.5	48.1	48.8	40 – 50	14.0	14.6	15.5
50 – 54	5.2	5.3	5.0	50 և բարձր	12.3	10.0	10.0
55 – 59	4.9	4.2	5.5				
60 և բարձր	2.1	2.1	2.2				
Ընդամենը	100	100	100	Ընդամենը	100	100	100

Յուրաքանչյուր խմբի համար հաշվարկել երեք-չորս ցուցանիշ և կառուցել ամփոփ արդյունակ: Խմբավորման արդյունքներով կատարել եզրակացություններ:

2.10. Հայտնի են հետևյալ տվյալները երկու մարզերի արդյունաբերական ձեռնարկությունների վերաբերյալ՝ ըստ դրանցում զբաղված արդյունաբերաարտադրական անձնակազմի թվաքանակի.

Մարզ 1			Մարզ 2		
Խմբերն ըստ աշխատողների թվի, մարդ	ձեռնարկությունների թիվը, %-ով	անձնակազմի թիվը, %-ով	Խմբերն ըստ աշխատողների թվի, մարդ	ձեռնարկությունների թիվը, %-ով	անձնակազմի թիվը, %-ով
Մինչև 100	32	1	Մինչև 300	34	1
101 – 500	38	4	301 – 600	28	6
501 – 1000	17	10	601 – 1000	20	10
1000 – 2000	9	15	1001 – 2000	13	15
2001 – 5000	3	32	2001 – 4000	4	43
5001 և ավելի	1	38	4001 և ավելի	1	25
Ընդամենը	100	100	Ընդամենը	100	100

Կատարել մարզերի արդյունաբերական ձեռնարկությունների բաշխման տվյալների երկրորդվոր խմբավորում՝ վերահաշվարկելով.

ա) մարզ 2-ի տվյալները մարզ 1-ի խմբավորմանը համապատասխան,

բ) մարզ 1-ի տվյալները մարզ 2-ի խմբավորմանը համապատասխան,
 գ) մարզ 1-ի և 2-ի տվյալները, ստեղծելով ըստ անձնակազմի քվադրանտի հետևյալ խմբերը. մինչև 500, 500 – 1000, 1000 – 2000, 2000 – 3000, 3000 – 4000, 4000 – 5000, 5000 և ավելի:

2.11. Վիճակագրական ժողովածուների և պարբերականների տվյալների հիման վրա ընտրել հետևյալ տեսակի աղյուսակների օրինակներ.

- ա) մոնոգրաֆիկ,
- բ) անվանացանկային,
- գ) խմբային
- դ) կոմբինացիոն:

2.12. Կազմել անվանացանկային վիճակագրական աղյուսակների մակետներ, որոնցում ենթակայի մշակումը կատարված լինի հետևյալ սկզբունքներով.

- ա) տեսակային,
- բ) տարածքային,
- գ) ժամանակային:

2.13. Վիճակագրական ժողովածուների և պարբերականների տվյալների հիման վրա ընտրել վիճակագրական աղյուսակների օրինակներ ստորոգյալի մշակման հետևյալ տարբերակներով.

- ա) ստորոգյալի պարզ մշակման,
- բ) ըստ երկու հատկանիշների ստորոգյալի բարդ մշակման:

2.14. Կազմել վիճակագրական աղյուսակների մակետներ, որոնցում ստորոգյալի մշակումը կատարված լինի.

- ա) ստատիկայում,
- բ) դինամիկայում,
- գ) տարածքային կտրվածքով,
- դ) տարածաժամանակային կտրվածքով:

Վիճակագրական ժողովածուների և պարբերականների տվյալների հիման վրա ընտրել օրինակներ յուրաքանչյուր տեսակի աղյուսակը հաստատելու համար:

2.15. Մշակել մակետներ.

- ա) տարածքային սկզբունքով անվանացանկային աղյուսակի՝ ըստ երկու հատկանիշով ստորոգյալի բարդ կոմբինացված մշակմամբ,
- բ) տեսակային սկզբունքով անվանացանկային աղյուսակի՝ տարածաժամանակային կտրվածքով ստորոգյալի բարդ մշակմամբ,
- գ) խմբային աղյուսակի՝ տարածական կտրվածքով ստորոգյալի բարդ կոմբինացված մշակմամբ,
- դ) խմբային աղյուսակի՝ ստորոգյալի դինամիկայի բարդ մշակմամբ,
- ե) կոմբինացիոն աղյուսակի՝ ստորոգյալի ստատիկայով պարզ մշակմամբ:

2.16. Մշակել զբաղված բնակչության և գործազուրկների թվի՝ ըստ ընտանեկան դրության բաշխումը բնութագրող աղյուսակի մակետը: Անվանել աղյուսակը և ցույց տալ.

- ա) աղյուսակի որ տեսակին է վերաբերում մակետը,
- բ) դրա ենթական և ստորոգյալը,
- գ) ենթակայի խմբավորման հատկանիշը:

2.17. Սյունակային դիամագրայի միջոցով պատկերել ՀՀ-ում գրանցված ամուսնությունների թվի տվյալները (հազար).

1990	1995	1998	2001
28.3	15.9	11.4	12.3

2.18. Քառակուսային և շրջանագծային դիագրամների միջոցով պատկերել մարզի քաղաքներում բնակելի շենքերի ընդհանուր մակերեսի գործարկման (հազ. մ²) տվյալները.

1980	1985	1990	1995	2000
45.0	44.1	43.8	32.1	23.1

2.19. Տնային տնտեսությունների բյուջեների 2002թ. ընտրանքային հետազոտության նյութերով ստացվել են Հայաստանի բնակչության սպառողական ծախսերի կառուցվածքի վերաբերյալ հետևյալ տվյալները (տոկոսով).

	Քաղաքային բնակավայր	Գյուղական բնակավայր
Սպառողական ծախսեր այդ թվում՝	100	100
սննդամթերք	64.0	70.7
որից՝		
սնունդ տանից դուրս	1.5	0.6
ոգելից խմիչք	0.8	0.9
ծխախոտ	5.4	4.9
ոչ պարենային ապրանքներ	13.6	13.3
ծառայություններ	16.2	10.2

Կառուցել ծախսերի կառուցվածքը բնութագրող դիագրամներ: Նշել, թե գրաֆիկների որ տեսակին են դրանք վերաբերում:

2.20. Կառուցել Վարզարի նշանը 2003թ. խնայբանկում բնակչության ավանդների վերաբերյալ հետևյալ տվյալների հիման վրա.

Ավանդների թիվը, հազ.	232.9
Ավանդների գումարը, մլն. դրամ	26599.6
Ավանդի միջին չափը, հազ. դրամ	114.2

2.21. Հայտնի են հետևյալ տվյալները հանրապետության արտաքին առևտրի զարգացման դինամիկայի վերաբերյալ (պայմանական տվյալներ).

(մլն. ԱՄՆ դոլ.)

Տարեթիվ	Արտաքին առևտրի շրջանապտությունը	այդ թվում՝	
		արտահանում	ներմուծում
1994	101.9	63.3	38.6
1995	124.9	78.2	46.7
1996	131.7	85.2	46.5
1997	138.2	85.1	53.1
1998	114.9	71.3	43.6
1999	103.2	72.9	30.3
2000	136.9	103.0	33.9

Կառուցել գծային գրաֆիկներ (բոլոր կորերը տեղադրել մեկ դիագրամայում): Ստացված դիագրամայի հիման վրա կատարել հետևություններ:

2.22. Հայտնի են հետևյալ տվյալները հանրապետության բնակչության 1995թ. և 2000թ. դրամական եկամուտների ընդհանուր ծավալի բաշխման վերաբերյալ.

	1995	2000
Դրամական եկամուտներ՝ ընդամենը	100.0	100.0
Այդ թվում՝ ըստ բնակչության 20%-ոց խմբերի առաջին (ամենացածր եկամուտներով)	5.4	5.5
երկրորդ	9.9	10.5
երրորդ	15.2	15.2
չորրորդ	22.5	22.4
հինգերորդ (ամենամեծ եկամուտներով)	47.0	46.7

Կառուցել Լորենցի կորը և սահմանել, թե որ ուղղությամբ է փոխվել բնակչության դրամական եկամուտների ընդհանուր ծավալի կենտրոնացումը նշված ժամանակահատվածում:

2.23. Գյուղական վայրերում շինարարական ֆիրմաների բաշխումը ըստ կապիտալ ներդրումների ծավալի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ֆիրմաների խմբերն ըստ կապիտալ ներ- դրումների ծավալի, մլն. դրամ	Մինչև 200	201 - 300	301 - 400	400-ից բարձր	Ընդա- մենը
Ֆիրմաների թիվը, տոկոսով	15.1	17.4	30.5	37.0	100.0

Կառուցել բաշխման պոլիգոնը և հիստոգրաման:

2.24. Քաղաքի խանութներում հրուշակեղենի վաճառքի ծավալների վերաբերյալ ըստ երեք տարվա ամիսների հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Ամիս	2000	2001	2002
Հունվար	403	365	373
Փետրվար	387	412	305
Մարտ	398	346	366
Ապրիլ	487	405	457
Մայիս	523	475	517
Հունիս	508	504	543
Հուլիս	449	407	438
Օգոստոս	468	367	440
Սեպտեմբեր	450	448	427
Հոկտեմբեր	444	443	388
Նոյեմբեր	405	415	401
Դեկտեմբեր	487	379	387

Կառուցել շառավղային և գալարագծային դիագրամաներ:

2.25. Հանրապետության 10 մարզերում որոշակի տեսակի արտադրանքի 2003թ. արտադրության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (հազ. ց).

Մարզի համարը	Ցորեն	Կաթ	Միս՝ անասունի կենդանի քաշով	
			խոշոր եղջե- րավորների	խոզերի
1	95.1	14.8	1.7	13.9
2	122.3	14.5	1.6	13.8
3	393.9	58.0	7.7	10.3
4	220.6	40.1	4.5	5.5
5	53.3	15.0	1.6	0.7
6	31.1	14.5	0.8	0.9
7	290.8	37.7	4.5	8.4
8	119.8	38.9	3.4	9.2
9	267.1	46.8	5.4	15.5
10	314.5	44.8	4.4	11.5

Կառուցել քարտադիագրամա՝ պատկերելով.

- ա) ցորենի արտադրությունը սյունակային դիագրամաների միջոցով,
- բ) կաթի արտադրությունը քառակուսային դիագրամաների միջոցով,
- գ) կենդանի քաշով մսի արտադրությունը շրջանագծային դիագրամաների միջոցով:

ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒՄ ԳՈՒՑԱՆԻՇՆԵՐԻ ԱՐՏԱՅԱՅՏՄԱՆ ՁԵՎԵՐԸ

3.1. Մեթոդական ցուցումներ և սիտային խնդիրների լուծում

Բացարձակ մեծություններ: Վիճակագրության պրակտիկայում օգտագործվող բոլոր ցուցանիշներն ըստ արտահայտման ձևի ստորաբաժանվում են բացարձակ, հարաբերական և միջին մեծությունների:

Բացարձակ մեծություններն արտահայտվում են վիճակագրության կողմից ուսումնասիրվող երևույթների և գործընթացների ֆիզիկական չափերը, այսինքն՝ դրանց զանգվածը, մակերեսը, ծավալը, երկարությունը, ժամանակային բնութագրիչները, ինչպես նաև կարող են ներկայացնել համակցության ծավալը (համակցությունը կազմող միավորների թիվը): Բացարձակ մեծություններին, օրինակ, վերաբերում են երկրի տարածքի մակերեսը, արդյունաբերական արտադրության ծավալը, ճյուղի ձեռնարկությունների թիվը և այլն:

Բացարձակ ցուցանիշները միշտ հանդիսանում են անվանական թվեր, այսինքն՝ ունեն որևէ չափի միավոր: Ուսումնասիրվող երևույթների սոցիալ-տնտեսական բնույթից և ֆիզիկական հատկություններից կախված, դրանք արտահայտվում են բնական, արժեքային և աշխատանքային չափի միավորներով:

Միջազգային պրակտիկայում օգտագործվում են այնպիսի բնեղեն չափի միավորներ, ինչպիսիք են տոննան, կիլոմետրը, միլը, լիտրը, բարելը, հատը և այլն: Բնեղենների խմբում ընդգրկվում են նաև բնապայմանական չափերը, որոնք օգտագործվում են այն դեպքերում, երբ որևէ ապրանք ունի մի քանի տարատեսակ և ընդհանուր ծավալը կարելի որոշել՝ միայն ելնելով այդ բոլոր տարատեսակների ընդհանուր սպառողական հատկությունից: Այսպես, վառելիքի տարբեր տեսակներ փոխադրվում են պայմանական վառելիքի 29.3 մգձ/կգ այրման ջերմությամբ (7000 կկալ/կգ), տարբեր սորտերի օճառը՝ պայմանական օճառի 40%-ոց ճարպաթվի պարունակությամբ, տարբեր ծավալի պահածոները՝ պայմանական տուփի 353.4 սմ³ ծավալով և այլն: Պայմանական միավորների փոխադրումը կատարվում է հատուկ գործակիցների հիման վրա, որոնք հաշվարկվում են որպես ապրանքի առանձին տարատեսակների սպառողական հատկությունների մակարդակի և դրանց էտալոնային արժեքի հարաբերություն:

Օրինակ: 2001թ. ՌԴ-ում արդյունահանվել է 348 մլն. տ նավթ: Իմանալով նավթի այրման ջերմությունը, որը հավասար է 45.0 մգձ/կգ, հաշվարկենք փոխադրման գործակիցը՝ $\frac{45.0}{29.3} = 1.536$: Հաշվի առնելով տվյալ գործակիցը, արդյունահանված նավթի ծավալը համարժեք է 535 մլն. տ պայմանական վառելիքի (348 · 1.536):

Շուկայական տնտեսության պայմաններում հատուկ նշանակություն ունեն *արժեքային չափի միավորները*, որոնք սոցիալ-տնտեսական օբյեկտներին և երևույթներին տալիս են դրամական գնահատական:

Աշխատանքային չափի միավորները թույլ են տալիս հաշվի առնել ինչպես ձեռնարկությունում աշխատանքի ընդհանուր ծախսումները, այնպես էլ տեխնոլոգիական գործընթացի առանձին գործառնությունների աշխատատարությունը (մարդ-օրերով, մարդ-ժամերով):

Բացարձակ մեծություններն ստորաբաժանվում են երկու խմբի.

1. Բացարձակ մեծություններ, որոնք բնութագրում են երևույթի ծավալը ժամանակի որոշակի պահի դրությամբ, օրինակ՝ ձեռնարկության հիմնական կապիտալի արժեքը հունվարի 1-ի դրությամբ:

2. Բացարձակ մեծություններ, որոնք բնութագրում են երևույթի ծավալը կամ գործընթացի արդյունքը որոշակի ժամանակահատվածի համար, օրինակ՝ ձեռնարկության կողմից թողարկված արտադրանքը ամսվա կամ տարվա ընթացքում:

Առաջին խմբի բացարձակ մեծություններն ունեն հետևյալ առանձնահատկությունը. եթե դրանք բնութագրում են երևույթի ծավալը ժամանակի որոշակի պահի դրությամբ ըստ մի քանի միավորների (օրինակ՝ ֆիրմայի հիմնական կապիտալի արժեքը ըստ ձեռնարկությունների), ապա դրանց կարելի է գումարել և ստանալ երևույթի ընդհանուր ծավալը: Եթե տվյալները բնութագրում են երևույթի ծավալն ըստ մեկ միավորի մի քանի պահերով (օրինակ՝ հիմնական կապիտալի արժեքը յուրաքանչյուր եռամսյակի սկզբին), ապա այդ բացարձակ մեծությունների գումարը չունի տնտեսագիտական իմաստ:

Երկրորդ խմբի բացարձակ մեծությունները կարելի է գումարել ըստ մի քանի միավորների հավասար ժամանակահատվածների կտրվածքով, ինչպես նաև ըստ մեկ միավորի մի քանի ժամանակահատվածների կտրվածքով՝ ստանալով երևույթի ընդհանուր մեծությունը ավելի մեծ ժամանակահատվածի համար:

Բացարձակ մեծությունները կարող են ստացվել վիճակագրական դիտարկման տվյալների գումարման կամ հաշվարկային ճանապարհով: Օրինակ՝ երկրի բնակչության թիվը որոշվում է միաժամանակյա դիտարկման տվյալների ամփոփման արդյունքում: Արժեքային ցուցանիշների որոշման ժամանակ բացարձակ մեծություններն ստացվում են հաշվարկային ճանապարհով:

Հարաբերական մեծություններ: Հարաբերական մեծությունները հաշվարկվում են վիճակագրական հետազոտության երրորդ փուլի ժամանակ: *Հարաբերական մեծությունը* վիճակագրական երկու ցուցանիշների համադրման արդյունք է և տալիս է դրանց հարաբերակցության թվային չափը: Այն ստացվում է համեմատվող ցուցանիշի և, որպես համեմատման բազա ընտրված, մեկ ուրիշ ցուցանիշի հարաբերության միջոցով:

Հարաբերական մեծությունները բաժանվում են երկու խմբի.

1. Հարաբերական մեծություններ, որոնք ստացվում են նույնաճանգվածով փոխարկարկան ցուցանիշների համադրման արդյունքում:

2. Հարաբերական մեծություններ, որոնք իրենցից ներկայացնում են տարանուն փոխարկարկան ցուցանիշների համադրման արդյունք:

Առաջին խմբի հարաբերական մեծություններին վերաբերում են. դինամիկայի, պլանային առաջադրանքի, պլանի կատարման, կառուցվածքի, կոորդինացիայի և համեմատման հարաբերական մեծությունները:

Նույնաճանգվածով փոխարկման արդյունքն իրենցից ներկայացնում է բազմապատիկ հարաբերություն (գործակից), որը ցույց է տալիս, թե քանի անգամ է համեմատվող մեծությունը մեծ կամ փոքր բազմապատիկ մեծությունից: Արդյունքը կարող է արտահայտվել տոկոսներով ցույց տալով, թե քանի տոկոս է կազմում համեմատվող մեծությունը բազմապատիկ համեմատությամբ:

Դինամիկայի հարաբերական մեծությունը բնութագրում է երևույթի փոփոխությունն ըստ ժամանակի: Այն ցույց է տալիս, թե քանի անգամ է ավելացել (կամ նվազել) երևույթի ծավալը որոշակի ժամանակահատվածում: Դինամիկայի հարաբերական մեծությանն անվանում են նաև աճի գործակից: Աճի գործակիցը կարելի է հաշվարկել տոկոսներով: Դրա համար հարաբերությունները բազմապատկում են 100-ով՝ անվանելով այն աճի տեմպեր:

$$\Gamma \text{ՀՄ} = \frac{\text{Ընթացիկ մակարդակ}}{\text{Նախորդ կամ բազմապատիկ մակարդակ}} :$$

Պլանային առաջադրանքի (պլանի) հարաբերական մեծությունը ցուցանիշի պլանային մեծության ($y_{\text{պլ.}}$) հարաբերությունն է նախորդ ժամանակաշրջանի դրա փաստացի մեծությանը (y_0).

$$\Gamma \text{ԱՀՄ} = \frac{(i+1) \text{ ժամանակաշրջանի համար պլանավորված մակարդակ}}{i\text{-րդ ժամանակաշրջանում ձեռք բերված մակարդակ}} :$$

Պլանի կատարման հարաբերական մեծությունը ցուցանիշի փաստացի (հաշվետու) մեծության (y_1) հարաբերությունն է նույն ժամանակաշրջանի դրա պլանային մեծության ($y_{\text{պլ.}}$) հետ:

$$\Gamma \text{ԿՀՄ} = \frac{(i+1) \text{ ժամանակաշրջանում ձեռք բերված մակարդակ}}{(i+1) \text{ ժամանակաշրջանի համար պլանավորված մակարդակ}} :$$

Պլանային առաջադրանքի, պլանի կատարման և դինամիկայի հարաբերական մեծությունները միմյանց հետ կապված են հետևյալ կերպ.

$$\frac{y_1}{y_0} = \frac{y_{\text{պլ.}}}{y_0} \cdot \frac{y_1}{y_{\text{պլ.}}} :$$

Օրինակ: Ենթադրենք առևտրական ֆիրմայի շրջանառությունը 2002 թվականին կազմել է 2.0 մլրդ. դրամ: Շուկայում ձևավորված միտումների վերլուծությունից ելնելով՝ ֆիրմայի ղեկավարությունն իրական է համարում հաջորդ տարում շրջանառությունը հասցնել մինչև 2.8 մլրդ. դրամ: Այժմ ենթադրենք, որ ֆիրմայի փաստացի մակարդակը 2003 թվականին կազմել է 2.6 մլրդ. դրամ:

Այդ դեպքում պլանի (պլանային առաջադրանքի) հարաբերական ցուցանիշը կկազմի՝

$$\Gamma \text{ԱՀՄ} = \frac{2.8}{2.0} \cdot 100 = 140\% ,$$

իսկ պլանի կատարման հարաբերական մեծությունը՝

$$\Gamma \text{ԿՀՄ} = \frac{2.6}{2.8} \cdot 100 = 92.9\% :$$

Դինամիկայի հարաբերական մեծությունը կարելի որոշել՝ ելնելով պլանի, պլանի կատարման և դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշների փոխկապվածությունից.

$$\Gamma \text{ՀՄ} = \Gamma \text{ԱՀՄ} \cdot \Gamma \text{ԿՀՄ} = 1.40 \cdot 0.929 = 1.3 \text{ կամ } \frac{2.6}{2.0} = 1.3 :$$

Կառուցվածքի հարաբերական մեծությունը բնութագրում է համակցության ընդհանուր ծավալի մեջ առանձին խմբերի տեսակարար կշիռը: Այն արտահայտվում է մեկի մասով կամ տոկոսով և հաշվարկվում է խմբավորված տվյալների հիման վրա.

$$\text{ԿՀՄ} = \frac{\text{Համակցության որևէ մասի միավորների թիվ}}{\text{Ամբողջ համակցության միավորների ընդհանուր թիվ (կամ հատկանիշի ծավալ)}} \cdot 100 :$$

Օրինակ: Դիտենք 3.1 աղյուսակը: Աղյուսակի վերջին սյունակում հաշվարկված տոկոսներն իրենցից ներկայացնում են կառուցվածքի հարաբերական մեծություններ:

Աղյուսակ 3.1

Մարզի համախառն ներքին արդյունքի կառուցվածքը 2001թ.

	Ծավալ	
	մլրդ. դրամ	տոկոսով ընդամենի նկատմամբ
ՀՆԱ՝ ընդամենը	9041	100.0
Այդ թվում՝		
Ապրանքների թողարկում	3490	38.6
Ծառայությունների թողարկում	4452	49.2
Արդյունքների գույտ հարկեր	1099	12.2

կառուցվածքի յուրաքանչյուր հարաբերական մեծությանն անվա-
նում են տեսակարար կշիռ: Բոլոր տեսակարար կշիռների գումարը միշտ
հավասար է 100-ի:

Կոորդինացիայի հարաբերական մեծությունն արտահայտում է մեկ
ամբողջության երկու մասի թվաքանակների հարաբերությունը, այսինքն՝
ցույց է տալիս, թե միջինում ուսումնասիրվող համակցության մի խմբի
միավորներից քանիսն են բաժին ընկնում մյուս խմբի մեկ, տաս կամ
հարյուր միավորին (օրինակ՝ քանի ծառայող է ընկնում 100 բանվորին):

Համեմատման հարաբերական մեծությունն իրենից ներկայացնում է
տարբեր օբյեկտներ (ծեռնարկություն, ֆիրմա, շրջան, մարզ, երկիր)
բնութագրող միևնույն բացարձակ ցուցանիշի հարաբերությունը.

$$\text{ՀՀՄ} = \frac{\text{«Ա» օբյեկտը բնութագրող ցուցանիշ}}{\text{«Բ» օբյեկտը բնութագրող ցուցանիշ}}:$$

Օրինակ: 2000թ. տվյալներով Ռուսաստանի բնակչության միջին տա-
րեկան թիվը կազմել է 145 մլն. մարդ, ԱՄՆ-ինը՝ 275, Հնդկաստանինը՝
1002 մլն. մարդ, Չինաստանինը՝ 1275 մլն. մարդ: Այսպիսով, ԱՄՆ-ի
բնակչության թիվը Ռուսաստանի բնակչության թվին գերազանցել է 1.9
անգամ $\left(\frac{275}{145}\right)$, Հնդկաստանինը՝ 6.9 $\left(\frac{1002}{145}\right)$, Չինաստանինը՝ 8.8:

Հարաբերական մեծությունների երկրորդ խումբը կազմում են *ին-
տենսիվության հարաբերական մեծությունները*: Ինտենսիվության հարա-
բերական մեծությունը բնութագրում է ուսումնասիրվող երևույթի կամ
գործընթացի տարածվածության աստիճանը և իրենից ներկայացնում է
ուսումնասիրվող ցուցանիշի հարաբերությունը դրան բնորոշ միջավայ-
րի չափին.

$$\text{ԻՀՄ} = \frac{\text{«Ա» երևույթը բնութագրող ցուցանիշ}}{\text{«Ա» երևույթի տարածման միջավայրը բնութագրող ցուցանիշ}}:$$

Օրինակ: 2000թ. վերջին զբաղվածության ծառայությունում հաշ-
վառման կանգնած քաղաքացիների թիվը կազմել է 1037 հազ. մարդ, իսկ
ծեռնարկությունների կողմից հայտարարած թափուր տեղերի թիվը՝ 610
հազար: Նշանակում է, որ յուրաքանչյուր 100 չզբաղվածին ընկնում է 59

$$\text{ազատ տեղ} \left(\frac{610}{1037} \cdot 100 \right):$$

Հարաբերական մեծությունների այս խմբում ներառվում են բնակչու-
թյան մեկ շնչին ընկնող թողարկված արտադրանքի ծավալի, սննդամթեր-
քի և ոչ պարենային ապրանքների սպառման ցուցանիշները, բնակչու-
թյան նյութական և մշակութային բարիքներով ապահովվածությունը,
արտադրության տեխնիկական զինվածությունը և ռեսուրսների արդյու-
նավետ օգտագործումը բնութագրող ցուցանիշները.

$$\frac{\text{Արտադրանքի թո-
ղարկման ցուցա-
նիշը բնակչության
մեկ շնչի հաշվով}}{\text{Ռորշակի տեսակի արտադրանքի տարեկան
թողարկումը բնեղեն արտահայտությամբ}} = \text{Բնակչության միջին տարեկան թիվը},$$

$$\frac{\text{Բնակչության ապահովվա-
ծությունը նյութական և
մշակութային բարիքներով}}{\text{Ռորշակի բարիքների առկայությունը
տարեսկզբին (կամ վերջին)}} = \frac{\text{Բնակչության թիվը տարեսկզբին}}{\text{Բնակչության թիվը տարեսկզբին}}:$$

Ինտենսիվության հարաբերական ցուցանիշներն արտահայտվում են
տոկոսներով, պրոմիլներով և պրոդեցիմիլներով:

Միջին մեծություններ: Սոցիալ-տնտեսական հետազոտություններում
օգտագործվող վիճակագրական ցուցանիշների առավել տարածված ձևը
միջին մեծությունն է:

Միջին մեծությունն ընդհանրացնող ցուցանիշ է, որը բնութագրում է
տատանվող քանակական հատկանիշի տիպիկ մակարդակը համակցու-
թյան մեկ միավորի հաշվով, ժամանակի և տեղի որոշակի պայմաններում:

Վիճակագրական միջինի օբյեկտիվությունը և տիպականությունն
ապահովվում է միայն որոշակի պայմաններում: Առաջին միջինը հաշ-
վարկվում է որակապես համասեռ համակցության համար: Համասեռ
համակցություն ստանալու համար անհրաժեշտ է տվյալների խմբա-
վորում, այդ պատճառով էլ միջինի հաշվարկը զուգակցվում է խմբա-
վորման մեթոդի հետ: Երկրորդ՝ միջիններ հաշվարկելու համար օգտա-
գործվում են զանգվածային տվյալներ: Մեծ թվով միավորների (զանգ-
վածային տվյալների) հիման վրա հաշվարկված միջին մեծությունում,
պատահական պատճառներով պայմանավորված, հատկանիշի մեծու-
թյան տատանումները մարվում են և հանդես է գալիս ամբողջ համակ-
ցության ընդհանուր հատկությունը (հատկանիշի տիպիկ չափը):

Միջին մեծությունը միշտ անվանական է, այն ունի միևնույն չափա-
կանությունը, ինչ և համակցության առանձին միավորների հատկանիշը:
Գործնական աշխատանքներում և գիտական հետազոտություններում մի-
ջիններն օգտագործելու ժամանակ անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ մի-
ջին ցուցանիշն արտացոլում է ուսումնասիրվող համակցության տարբեր
մասերի առանձնահատկությունները: Այդ պատճառով էլ համասեռ հա-
մակցության ընդհանուր միջինները համարվում են համակցության
մասերը բնութագրող խմբային միջիններով:

Տնտեսական հետազոտություններում օգտագործում են միջինների
երկու կատեգորիա.

- աստիճանային միջիններ,
- կառուցվածքային միջիններ:

Աստիճանային միջիններին վերաբերում են. միջին թվաքանականը,
միջին հարմոնիկը, միջին քառակուսայինը, միջին երկրաչափականը: Այն
մեծությունը, որի համար հաշվարկվում է միջինը, նշանակվում է x_i տա-

ոով, իսկ միջինը՝ $\bar{x}$ -ով: Նշանակման այսպիսի եղանակը ցույց է տալիս միջինի ծագումը կոնկրետ մեծություններից: Վերևի գծիկը խորհրդանշում է անհատական արժեքների միջինացման գործընթացը: *Հաճախականությունը*, այսինքն՝ հատկանիշի անհատական արժեքների կրկնվողությունը, նշանակվում է f տառով:

Միջին մեծությունների բանաձևերն ստացվում են աստիճանային միջինի հիման վրա, որի համար որոշիչ ֆունկցիա է հանդիսանում հետևյալ հավասարումը.

$$\sum_{i=1}^n x_i^k f_i = \sum_{i=1}^n \bar{x}^k f_i, \text{ որտեղ}$$

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^k f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}:$$

Միջին մեծությունների տարբեր տեսակներն ստացվում են k աստիճանից կախված: Դրանք բանաձևերը ներկայացված են աղյուսակ 3.2-ում:

Աղյուսակ 3.2

Աստիճանային միջին մեծությունների բանաձևերը

k-ի արժեքը	Միջինի անվանումը	Միջինի բանաձևը	
		պարզ	կշռված
-1	Հարմոնիկ	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$	$\bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{1}{x_i} f_i}, \bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{1}{x_i} w_i}$
0	Երկրաչափական	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$
1	Թվաբանական	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}, \bar{x} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}$
2	Քառակուսային	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}$

Ինչպես երևում է 3.2 աղյուսակից, կշռված միջինները հաշվի են առնում հատկանիշի արժեքների առանձին տարբերակների տարբեր թվաքանակներ, այդ պատճառով էլ յուրաքանչյուր տարբերակ «կշռվում է» ըստ իր հաճախականության: Հաճախականությունները (f) տվյալ դեպքում կոչվում են *վիճակագրական կշիռներ* կամ *միջինի կշիռներ*: Սակայն

անհրաժեշտ է հաշվի առնել, որ վիճակագրական կշիռն ավելի լայն հասկացություն է, քան հաճախականությունը: Որպես կշիռ կարող է օգտագործվել որևէ այլ մեծություն (աղյուսակ 3.2-ում այն նշված է w -ով): Առանձին տարբերակների հաճախականությունները կարող են արտահայտվել ոչ միայն բացարձակ մեծություններով, այլ նաև հարաբերական հաճախականություններով (տեսակարար կշռով):

Հատկանիշի միևնույն անհատական արժեքների k աստիճանի տարբեր արժեքների հիման վրա հաշվարկված աստիճանային միջինների մեծությունները միմյանց հավասար չեն: Որքան բարձր է միջինի k աստիճանը, այդքան մեծ է միջինի մեծությունը.

$$\bar{x}_{քառ.} > \bar{x}_{թվաբ.} > \bar{x}_{երկ.} > \bar{x}_{հարմ.}:$$

Միջինի ընտրման հարցը յուրաքանչյուր առանձին դեպքում լուծվում է ելնելով հետազոտության խնդրից, ուսումնասիրվող երևույթի նյութական բնույթից և ելակետային տեղեկատվության առկայությունից: Այն բաղկացած է մի քանի փուլից.

1. Որոշիչ ցուցանիշի սահմանում, այսինքն՝ այն ընդհանրացնող ցուցանիշի, որից կախված է միջին մեծությունը:
2. Որոշիչ ցուցանիշի մաթեմատիկական արտահայտության որոշում:
3. Անհատական արժեքների փոխարինում միջին մեծություններով:
4. Միջինի հավասարման լուծում:

Հիմնական կանոնը տվյալ դեպքում կայանում է նրանում, որ միջինի համարիչը և հայտարարը ներկայացնող մեծությունները պետք է ունենան որոշակի տրամաբանական իմաստ:

Մի շարք դեպքերում միջինի որոշումը հարմար է իրականացնել *միջինի ելակետային հարաբերակցության* (ՄԵՀ) կամ դրա տրամաբանական բանաձևի միջոցով.

$$\text{ՄԵՀ} = \frac{\text{Գումարային արժեք կամ միջինացվող հատկանիշի ծավալ}}{\text{Միավորների թիվ կամ համակցության ծավալ}}:$$

Սոցիալ-տնտեսական վերլուծությունում օգտագործվող յուրաքանչյուր ցուցանիշի համար կարելի է կազմել միայն մեկ ճիշտ միջինի ելակետային հարաբերակցություն: Միջինի ելակետային հարաբերակցության իրացումը կախված է այն բանից, թե ինչպես են ներկայացված ելակետային տվյալները: Կոնկրետ վիճակագրական ցուցանիշների մեծամասնության հաշվարկը հիմնված է միջին ագրետային, միջին թվաբանականի կամ միջին հարմոնիկի օգտագործման վրա:

Բոլոր միջինները, բացառությամբ միջին ագրետայինի, կարող են հաշվարկվել երկու տարբերակով՝ կշռված և չկշռված:

Օրինակ: Հաշվարկել միջին աշխատավարձը ԲԸ երեք ձեռնարկության կտրվածքով, աղյուսակ 3.3-ի տվյալների հիման վրա:

ԲԸ ձեռնարկությունների աշխատավարձեր

Չեռնարկություն	Արդյունաբերության տարատեսակային անձնակազմի թիվը, մարդ	Աշխատավարձի ամսական ֆոնդը, հազ. դրամ	Միջին աշխատավարձը, հազ. դրամ
Ա	1	2	3
1	270	5648.4	20.92
2	121	3327.5	27.50
3	229	5175.4	22.60
Ընդամենը	620	14151.3	-

Որոշենք միջինն ելակետային հարաբերակցությունը «միջին աշխատավարձ» ցուցանիշի համար: Անկախ մեր տրամադրության տակ գտնվող տվյալներից, միջին աշխատավարձը կարող է ստացվել միայն հետևյալ հարաբերության միջոցով.

$$U\text{ԵՅ} = \frac{\text{Աշխատավարձի ամբողջական ֆոնդ}}{\text{Անձնակազմի ընդհանուր թիվ}};$$

Ենթադրենք, որ մեզ հայտնի են միայն 3.3 աղյուսակի 1-ին և 2-րդ սյունակների տվյալները: Այդ սյունակների հանրագումարները պարունակում են միջինն հաշվարկման անհրաժեշտ մեծությունները: Օգտվենք *միջին ազդեցատային* բանաձևից.

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum f_i} = \frac{14151.3}{620} = 22.82 \text{ հազ. դրամ:}$$

որտեղ՝ $w_i = x_i f_i$.

x_i -ն միջինացվող հատկանիշի տարբերակն է,

f_i -ն i -րդ տարբերակի կշիռը:

Եթե մեր տրամադրության տակ են գտնվում միայն միջին աշխատավարձի և աշխատողների թվի վերաբերյալ տվյալները (1-ին և 3-րդ սյուն), ապա մեզ հայտնի է ելակետային հարաբերակցության հայտարարը, բայց հայտնի չէ դրա համարիչը: Սակայն աշխատավարձի ֆոնդը կարելի է ստանալ միջին աշխատավարձի և ձեռնարկության անձնակազմի թվի արտադրյալի միջոցով: Այդ պատճառով էլ ընդհանուր միջինը կարող է հաշվարկվել կշռված միջին թվաբանականի բանաձևով.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{20.92 \cdot 270 + 27.50 \cdot 121 + 22.60 \cdot 229}{270 + 121 + 229} = 22.82 \text{ հազ. դրամ:}$$

Վիճակագրության պրակտիկայում իր կիրառությունն է ստացել նաև *պարզ (չկշռված) միջին թվաբանականը*.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

որտեղ՝ n - համակցության ծավալն է:

Այդ միջինն օգտագործվում է այն դեպքերում, երբ կշիռները բացակայում են (հատկանիշի յուրաքանչյուր տարբերակ հանդիպում է միայն մեկ անգամ) կամ հավասար են միմյանց:

Այժմ ենթադրենք, որ մեր տրամադրության տակ են գտնվում միայն աշխատավարձի ֆոնդի և անձնակազմի միջին աշխատավարձի վերաբերյալ տվյալները (3.3 աղյուսակի 2-րդ և 3-րդ սյունները), այսինքն՝ հայտնի է ելակետային հարաբերակցության համարիչը, բայց հայտնի չէ դրա հայտարարը: Առանձին ձեռնարկության աշխատողների թիվը կարելի է ստանալ աշխատավարձի ֆոնդի և միջին աշխատավարձի հարաբերությամբ: Այդ դեպքում, ըստ երեք ձեռնարկության միջին աշխատավարձի, հաշվարկը կատարվում է *կշռված միջին հարմոնիկի* բանաձևով.

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{5648.4 + 3327.5 + 5175.4}{\frac{5648.4}{20.92} + \frac{3327.5}{27.50} + \frac{5175.4}{22.60}} = 22.82 \text{ հազ. դրամ:}$$

Հավասար կշիռների (w) դեպքում միջին ցուցանիշի հաշվարկը կարող է կատարվել *պարզ (չկշռված) միջին հարմոնիկի* բանաձևով.

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}};$$

Վերոնշյալ օրինակում մենք օգտագործեցինք միջինների տարբեր ձևեր, բայց ստացանք միևնույն պատասխանը: Դա պայմանավորված է նրանով, որ կոնկրետ տվյալների համար ամեն անգամ իրականացվում է միջինն ելակետային միևնույն հարաբերակցությունը:

Միջին մեծությունները կարող են հաշվարկվել դիսկրետ և միջակայքային վարիացիոն շարքերի համար: Ընդ որում, հաշվարկը կատարվում է կշռված միջին թվաբանականով: Դիսկրետ շարքի համար տվյալ բանաձևն օգտագործվում է այնպես, ինչպես բերված վերոհիշյալ օրինակում: Միջակայքային շարքում միջինն հաշվարկման համար որոշվում են միջակայքի մեջտեղի մեծությունները:

Օրինակ: Որոշել մարզի բնակչության մեկ շնչին ընկնող եկամտի միջին ամսական մեծությունը 3.4 աղյուսակի տվյալներով:

Դրա համար կատարենք հետևյալը.

1. Գրանցենք տվյալ միջինն ելակետային տրամաբանական հարաբերակցությունը.

$$\frac{\text{Դրամական եկամուտ մեկ շնչի հաշվով}}{\text{Բնակչության ընդհանուր թիվ}} = \frac{\text{Ամբողջ բնակչության ամբողջական դրամական եկամուտ}}{\text{Բնակչության ընդհանուր թիվ}}:$$

2. Հատկանիշի միջինացվող արժեքը նշանակենք x -ով, իսկ տվյալ հատկանիշի կրկնման հաճախականությունը՝ f -ով:

Աղյուսակ 3.4

Մարզի բնակչության բաշխումն ըստ մեկ շնչին ընկնող եկամտի միջին ամսական մեծության

Մեկ շնչին ընկնող միջին ամսական եկամտի մեծությունը, հազ. դրամ	Բնակչության թիվը, տոկոսով ընդամենի նկատմամբ
Մինչև 4	30.2
4 – 6	24.4
6 – 8	16.7
8 – 10	10.5
10 – 12	6.5
12 – 16	6.7
16 – 20	2.7
20 և բարձր	2.3
Ընդամենը	100.0

3. Քանի որ միջինացվող հատկանիշի արժեքները տրված են միջակայքի տեսքով, ապա որոշենք մեջտեղի մեծությունները, այսինքն՝

$$x' = \frac{x_u + x_d}{2}:$$

Ընդ որում, առաջին միջակայքի մեծությունը պայմանականորեն ընդունում ենք հավասար երկրորդի մեծությանը: Այդ դեպքում առաջին միջակայքի ստորին սահմանը հավասար կլինի 2 հազ. դրամի: Վերջին միջակայքի մեծությունը պայմանականորեն ընդունենք նախավերջին միջակայքի մեծությանը հավասար: Այդ դեպքում դրա վերին սահմանը կկազմի 24 հազ. դրամ: Արդյունքում ստանում ենք միջակայքերի մեջտեղի հետևյալ արժեքները (x').

3 5 7 9 11 14 18 22:

4. Բնակչության թվի դերը տվյալ դեպքում կատարում է նրա տեսակարար կշիռն ընդհանուրի մեջ՝ տոկոսով արտահայտված: Հաշվարկի համար օգտվենք կշռված միջին թվաբանականի բանաձևից.

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3 \cdot 30.2 + 5 \cdot 24.4 + 7 \cdot 16.7 + \dots + 22 \cdot 2.3}{30.2 + 24.4 + 16.7 + \dots + 2.3} = 6.885 \text{ հազ. դրամ:}$$

Հետևաբար, բնակչության մեկ շնչին ընկնող միջին ամսական եկամուտը կազմում է 6.885 հազ. դրամ:

3.2. ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԵՎ ՎԱՐՇՈՒՅՈՒՆՆԵՐ

3.1. Ո՞ր-ում նավթի և ածխի հանույթը 1999-2001թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Վառելիք	Հանույթի ծավալը, մլն. տ		
	1999	2000	2001
Նավթ	305	324	348
Ածուխ	250	258	269

Նավթի այրման ջերմությունը հավասար է 45.0 մգՋ/կգ, ածխինը՝ 26.8 մգՋ/կգ: Կատարել վերահաշվարկ պայմանական վառելիքի (29.3 մգՋ/կգ) և իրականացնել այդ ռեսուրսների համախառն հանույթի փոփոխության վերլուծություն:

3.2. Հայտնի են հետևյալ տվյալները 1998-2001թթ. մարզում թղթի արտադրության վերաբերյալ.

	1998	1999	2000	2001
Արտադրվել է թուղթ, հազ. տ	2453	2968	3326	3415

Հաշվարկել դինամիկայի հարաբերական մեծությունները փոփոխում և հաստատուն համեմատման բազայով: Ստուգել դրանց փոխկապվածությունը:

3.3. Ավտոմեքենաների արտադրությունը 1997-2001թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

(հազ. հատ)

	1997	1998	1999	2000	2001
Ընդամենը	1132	981	1130	1153	1195
այդ թվում՝					
Բեռնատար	146	141	176	184	173
Մարդատար	986	840	954	969	1022

Հաշվարկել դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշները համեմատման հաստատուն բազայով: Կատարել հետևություններ:

3.4. Պողպատի արտադրության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Արտադրության ծավալը, %-ով 1995թ. նկատմամբ	95.5	94.0	84.7	99.8	114.7	114.3

Որոշել դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշները համեմատման փոփոխում բազայով: Կատարել հետևություններ:

3.5. Բաժնետիրական ընկերության վաճառքների ծավալը 2003թ. համադրելի գներով ավելացել է 5%-ով և կազմել է 146 մլն. դրամ: Որոշել վաճառքների ծավալը 2002թ. համար:

3.6. Առևտրական ֆիրման 2002թ. պլանավորել է 2001թ. համեմատությամբ շրջանառությունն ավելացնել 14.5%-ով: Սահմանված պլանի կատարումը կազմել է 102.7%: Որոշել շրջանառության դինամիկայի հարաբերական ցուցանիշը:

3.7. Ավտոգործարանը 2000թ. մայիսին ավտոմեքենաների իրացման պլանը գերակատարել է 10.6%-ով՝ պլանից դուրս վաճառելով 5576 ավտոմեքենա: Որոշել ավտոմեքենաների իրացման ընդհանուր քանակը մայիս ամսին:

3.8. Ձեռնարկությունը պլանավորել է 2002թ. արտադրանքի թողարկումը 2001թ. համեմատությամբ ավելացնել 18%-ով: Արտադրանքի փաստացի թողարկումը կազմել է նախորդ տարվա մակարդակի 112.3%-ը: Որոշել պլանի կատարման հարաբերական ցուցանիշը:

3.9. ՀՀ-ի արտաքին առևտրական շրջանառության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

(մլն. ԱՄՆ դոլար)

	1998	1999	2000
Արտահանում	220.5	231.7	300.5
Ներմուծում	902.4	811.3	884.7

Հաշվարկել կառուցվածքի և կոորդինացիայի հարաբերական ցուցանիշները:

3.10. Հաշվարկել կառուցվածքի և կոորդինացիայի հարաբերական ցուցանիշները 3.3. խնդրի տվյալներով: Հաշվարկների արդյունքների հիման վրա ձևակերպել եզրակացություններ:

3.11. ՀՀ-ում բժիշկների թիվը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ցուցանիշ	1997	2001
Բժիշկներ ընդամենը	13023	11498
այդ թվում՝		
Թերապևտներ	3210	3027
Մանկաբույժներ	1651	1475

Կատարել բժիշկներով բնակչության ապահովվածության փոփոխության վերլուծություն, եթե հայտնի է, որ մշտական բնակչության թիվը 1997թ. վերջին կազմել է 3791.2 հազ. մարդ, այդ թվում մինչև 14 տարեկան երեխաներ՝ 630.6 հազ., իսկ 2001թ. վերջին՝ համապատասխանաբար 3800.0 և 508.0 հազ. մարդ:

3.12. Համադրել աշխարհի խոշոր բանկերում պահպանվող արժեթղթերի ծավալները՝ օգտագործելով համեմատման հարաբերական մեծությունները.

Բանկ	Արժեթղթերի ծավալը, մլրդ. դոլար
State Street Bank	300
Euroclear	1748
Citibank	640
Chase Manhattan	452
Barclays	283
Midland	173

3.13. Հայտնի են հետևյալ տվյալները ցորենի բերքատվության վերաբերյալ 2000թ. մի քանի երկրների համար (ց/հա).

Ղազախստան – 7.2,

Ռուսաստան – 14.5,

ԱՄՆ – 25.3,

Չինաստան – 33.2,

Նիդեռլանդներ – 80.7,

Հայաստան – 16.7:

Հաշվարկել համեմատման հարաբերական մեծությունները:

3.14. Բրիգադի բանվորները տվյալ ձեռնարկությունում ունեն հետևյալ աշխատանքի ստաժը.

Բանվորի տարեկի համարը	001	002	003	004	005	006
Աշխատանքի ստաժը, տարի	14	9	11	13	8	10

Որոշել աշխատանքի միջին ստաժը:

3.15. Ձեռնարկության բանվորների բաշխումն ըստ տարիֆային կարգի ունի հետևյալ տեսքը.

Տարիֆային կարգը	1	2	3	4	5	6
Բանվորների թիվը, մարդ	2	3	26	74	18	4

Որոշել ձեռնարկության բանվորների որակավորման միջին մակարդակը:

3.16. Հայտնի են հետևյալ տվյալները քաղաքի երեք շուկաներում միատեսակ ապրանքի իրացման վերաբերյալ.

Շուկա	I եռամսյակ		II եռամսյակ	
	1 կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ	1 կգ-ի գինը, դրամ	իրացման գումարը, հ. դրամ
1	85	24	95	1900
2	75	37	80	2800
3	80	29	90	2070

Որոշել տվյալ ապրանքի միջին գինը I և II եռամսյակների, առաջին կիսամյակի համար:

3.17. Ֆերմերային տնտեսությունների բաշխումն ըստ հողակտորների չափի 2001թ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Հողակտորի չափը, հա	Տեսակարար կշիռը տնտեսությունների ընդհանուր թվի մեջ, %-ով
Մինչև 3	18.0
4 – 5	9.7
6 – 10	13.9
11 – 20	15.5
21 – 50	18.7
51 – 70	6.0
71 – 100	5.7
101 – 200	7.0
200-ից բարձր	5.5
Ընդամենը	100.0

Որոշել ֆերմերային տնտեսության հողակտորի միջին չափը:

3.18. Բուհի ուսանողների առաջադիմության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Ֆակուլտետի համարը	Գերազանցիկների տեսակարար կշիռը ֆակուլտետի ուսանողների ընդհանուր թվի մեջ	Ֆակուլտետի ուսանողների տեսակարար կշիռը բուհի ուսանողների թվի մեջ
1	0.12	0.20
2	0.06	0.43
3	0.17	0.08
4	0.09	0.29

Որոշել բուհի ուսանողների ընդհանուր թվի մեջ գերազանցիկ ուսանողների միջին տեսակարար կշիռը:

3.19. Սարգի ֆերմերային տնտեսությունների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Տնտեսությունների խմբերն ըստ չաքարի ճակնդեղի 1 g ինքնարժեքի, դրամ	Տնտեսությունների թիվը	Համախառն բերքը միջինում մեկ տնտեսության հաշվով, g
Մինչև 400	32	111.3
400 – 500	58	89.7
500 – 600	124	113.5
600 և ավելի	17	130.1

Որոշել ճակնդեղի 1 g միջին ինքնարժեքը մարզի բոլոր տնտեսությունների հաշվով:

3.20. Կորպորացիայի մեկ բաժանմունքի արտադրական գործունեությունն ամսվա ընթացքում բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ձեռնարկություն	Արտադրության ընդհանուր ծախսումները, հազ. դրամ	Թողարկված արտադրանքի 1 դրամին ընկնող ծախսումները, լումա
1	2323.4	75
2	8215.9	71
3	4420.6	73
4	3525.3	78

Որոշել թողարկված արտադրանքի 1 դրամին ընկնող միջին ծախսումներն ամբողջ բաժանմունքի կտրվածքով:

3.21. Քաղաքի երեք համայնքների համար հայտնի են հետևյալ տվյալները (տարվա վերջի դրությամբ).

Համայնք	Խնայքանկի բաժանմունքների թիվը	Բաժանմունքում ավանդների միջին թիվը	Ավանդի միջին չափը, հազ. դրամ
1	4	1376	27.80
2	9	1559	32.51
3	5	1315	25.65

Որոշել ավանդի միջին չափը ամբողջ քաղաքի կտրվածքով:

3.22. Ձեռնարկության արտադրանքի որակը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Արտադրանքի տեսակը	Խոտանի տոկոսը	Խոտան արտադրանքի արժեքը, հազ. դրամ
Ա	1.3	2135
Բ	0.9	3560
Գ	2.4	980

Որոշել խոտանի միջին տոկոսն ամբողջ ձեռնարկության համար:

3.23. Բաժնետիրական ընկերության երկու ձեռնարկությունների արտադրանքի թողարկումը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ձեռնարկություն	2002		2003	
	I սորտի արտադրանքի տեսակարար կշիռը, %	I սորտի արտադրանքի արժեքը, մլն. դրամ	I սորտի արտադրանքի տեսակարար կշիռը, %	թողարկված ամբողջ արտադրանքի արժեքը, մլն. դրամ
I	92	130.2	95	153.7
II	80	67.5	82	65.4

Որոշել ամբողջ բաժնետիրական ընկերության կտրվածքով I սորտի արտադրանքի միջին տեսակարար կշիռը 2002 և 2003թթ. համար:

3.24. Սարգի ֆերմաների հետազոտման արդյունքներով ստացվել են հետևյալ տվյալները.

Ֆերմաների խմբերն ըստ մեկ կովի միջին տարեկան կաթնատվության, կգ	Ֆերմաների թիվը	Կովերի միջին գլխաքանակը մեկ ֆերմայի հաշվով	Կաթի յուղայնության տոկոսը
Մինչև 2000	4	417	3.0
2000 – 2200	9	350	3.3
2200 – 2400	15	483	3.8
2400 և ավելի	8	389	2.9

Որոշել մեկ կովի միջին կաթնատվությունը և կաթի միջին յուղայնությունը:

3.25. Ավտոկոմբինատի աշխատանքն ամսվա ընթացքում բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ավտոշարայուն	Բեռների փոխադրման ընդհանուր ծախսումները, հազ. դրամ	Ավտոմեքենայի միջին ամսական բեռնաշրջանառությունը, տ/կմ	Մեկ տ/կմ ինքնարժեքը, դրամ
1	608.58	4600	18.9
2	1428.84	5400	29.4
3	534.60	4400	24.3

Որոշել ամբողջ ավտոկոմբինատի համար.

1. Մեկ տ/կմ միջին ինքնարժեքը:
2. Մեկ ավտոշարայուն ավտոմեքենաների միջին թիվը:
3. Ավտոմեքենայի միջին ամսական բեռնաշրջանառությունը:

ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԲԱԶԽՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԴՐԱՆՑ ԴԻՄՆԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻԶՆԵՐԸ

4.1 Մեթոդական ցուցումներ և հիմնական խնդիրների լուծում

Բազիման շարժեր և դրանց կառուցման հնարքները: Համակցության միավորների մոտ հատկանիշի անհատական արժեքների տարբերությունները կոչվում են հատկանիշի տատանումներ (վարիացիա): Այն առաջանում է այն բանի արդյունքում, որ անհատական արժեքները յուրաքանչյուր առանձին դեպքում ձևավորվում են զանազան ձևով դրսևորվող տարբեր պայմանների (գործոնների) համատեղ ազդեցությամբ:

Տատանումը դիտվում է նաև համասեռ խմբի սահմաններում, այսինքն՝ այս կամ այն խմբավորման հատկանիշով ընդգծված խմբում: Այն տատանումը, որը կախված է խմբավորման հիմքում ընկած գործոններից, կոչվում է *պատահական տատանում*:

Համասեռ խմբի սահմաններում տատանման ուսումնասիրությունը ենթադրում է հետևյալ հնարքների օգտագործումը. վարիացիոն շարքի (բաշխման շարքի) կառուցում, դրա գրաֆիկական արտահայտում, բաշխման հիմնական բնութագրիչների հաշվարկում:

Վարիացիոն շարքը խմբային աղյուսակ է, որը կառուցված է ըստ քանակական հատկանիշի, և որի ստորոգյալում ցույց է տրվում յուրաքանչյուր խմբի միավորների թիվը: Վարիացիոն շարքի կառուցման ձևը կախված է ուսումնասիրվող հատկանիշի փոփոխության բնույթից: Այն կարող է կառուցվել դիսկրետ շարքի կամ միջակայքային շարքի ձևով:

Ըստ հատկանիշի արժեքների տատանման բնույթի տարբերում են.

- ընդհատ փոփոխությամբ հատկանիշներ (դիսկրետ),
- անընդհատ փոփոխությամբ հատկանիշներ (անընդհատ):

Ընդհատ փոփոխությամբ հատկանիշները կարող են ընդունել վերջնական թվով որոշակի արժեքներ (օրինակ՝ բանվորների տարիֆային կարգը, ընտանիքում երեխաների թիվը, մեկ բանվորի կողմից սպասարկվող հաստոցների թիվը): Անընդհատ փոփոխությամբ հատկանիշները կարող են ընդունել որոշակի սահմաններում ցանկացած արժեքներ (օրինակ՝ աշխատանքի ստաժը, ավտոմեքենայի վազքը, եկամտի չափը և այլն):

Ընդհատ փոփոխություն ունեցող և ոչ մեծ թվով արժեքներ ընդունող հատկանիշի համար կիրառվում է դիսկրետ շարքի կառուցում: Շարքի առաջին սյունակում ցույց են տրվում հատկանիշի յուրաքանչյուր անհատական արժեքի կոնկրետ արժեքները, իսկ երկրորդ սյունակում՝ հատկանիշի որոշակի արժեքով միավորների թվաքանակը:

Անընդհատ փոփոխություն ունեցող հատկանիշի համար կառուցվում է միջակայքային վարիացիոն շարք, որը, ինչպես և դիսկրետ շարքը, բաղկացած է երկու սյունակից: Դրա կառուցման ժամանակ առաջին

սյունակում հատկանիշի առանձին արժեքները ցույց են տրվում «սկսած-մինչև» միջակայքում, երկրորդ սյունակում՝ միջակայք մտնող միավորների թիվը: Միջակայքերը, որպես կանոն, ձևավորվում են հավասարաչափ և փակ:

Երկու սյունակից բաղկացած վարիացիոն շարքը (տարբերակներ և հաճախականություններ) երբեմն լրացվում է այլ սյունակներով, որոնք անհրաժեշտ են առանձին վիճակագրական ցուցանիշների հաշվարկման կամ ուսումնասիրվող հատկանիշի վարիացիան առավել պատկերավոր արտահայտելու համար: Շատ հաճախ շարքի մեջ մտցվում է կուտակված հաճախականություններ հաշվարկող սյունակը (S):

Կուտակված հաճախականությունը իրենից ներկայացնում է x_i -ին չգերազանցող տարբերակների արժեքներով համակցության ծավալը: Կուտակված հաճախականությունների ցուցանիշները ձևավորվում են բացարձակ կամ հարաբերական հաճախականությունների գումարման միջոցով: Օրինակ՝ $S_1 = f_1$, $S_2 = f_1 + f_2$, $S_3 = f_1 + f_2 + f_3$ և այլն:

Շարքի *հաճախականությունները*՝ f , կարող են փոխարինվել *հաճախություններով* (տեսակարար կշիռներով՝ w), որոնք իրենցից ներկայացնում են հարաբերական թվերով (մասով կամ տոկոսով) արտահայտված հաճախականություններ և հաշվարկվում են առանձին միջակայքի հաճախականության և դրանց ընդհանուր գումարի հարաբերության միջոցով.

$$w_1 = \frac{f_1}{\sum f_i}, \quad w_2 = \frac{f_2}{\sum f_i} \quad \text{և այլն:}$$

Հաճախականությունների փոխարինումը հաճախություններով թույլ է տալիս համադրել տարբեր թվաքանակով դիտարկումների վարիացիոն շարքերը: Եթե վարիացիոն շարքը տրված է անհավասար միջակայքերով, ապա բաշխման բնույթի մասին ճիշտ պատկերացում կազմելու համար անհրաժեշտ է կատարել բաշխման բացարձակ և հարաբերական խտության հաշվարկը:

Բաշխման բացարձակ խտությունը հաճախականության մեծություն է, որն ընկնում է շարքի առանձին խմբի միջակայքի մեկ միավորին.

$$p_i = \frac{f_i}{h_i}:$$

Բաշխման հարաբերական խտությունն առանձին խմբի հաճախության հարաբերությունն է այդ խմբի միջակայքի մեծության վրա.

$$p'_i = \frac{w_i}{h_i}:$$

Վարիացիոն շարքի ուսումնասիրության առաջին փուլը դրա գրաֆիկական պատկերումն է: Դիսկրետ վարիացիոն շարքը պատկերվում է պոլիգոնի, իսկ միջակայքային շարքը՝ պոլիգոնի և հիստոգրամայի միջոցով:

Վարիացիոն շարքերի վերլուծության համար օգտագործվում է ցուցանիշների երեք խումբ.

- բաշխման կենտրոնի ցուցանիշներ,
- վարիացիայի աստիճանի ցուցանիշներ,
- բաշխման ձևի ցուցանիշներ:

Բաշխման կենտրոնի ցուցանիշներ: Բաշխման կենտրոնի ցուցանիշներին վերաբերում են միջինը, մոդան և մեդիանան: Միջին մեծությունը բնութագրում է համակցությունում հատկանիշի տիպիկ մակարդակը: Վարիացիոն շարքի տվյալներով միջինը հաշվարկվում է կշռված թվաբանականի բանաձևով՝

հաճախականությունների հիման վրա՝

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i},$$

հաճախությունների (տեսակարար կշիռների) հիման վրա՝

$$\bar{x} = \sum x_i d_i, \quad \text{որտեղ՝ } \sum d_i = 1:$$

Եթե կիրառվում է բաշխման միջակայքային շարք, ապա ընդունելով, որ բաշխումը i -րդ միջակայքի սահմաններում հավասարաչափ է, օգտագործվում է միջակայքի մեջտեղի արժեքը (x'): Ընդ որում, բաց միջակայքի մեծությունը պայմանականորեն ընդունվում է հարևան փակ միջակայքի մեծությանը հավասար:

Օրինակ: Արդյունաբերության արտադրական սարքավորումների տարիքային կառուցվածքի տվյալների հիման վրա որոշել սարքավորման միջին տարիքը:

Աղյուսակ 4.1

Սարքավորման տարիք, տարեկան, x	Սարքավորման տեսակարար կշիռ, %-ով ընդհանուրի նկատմամբ d	Միջակայքի մեջտեղը x'	$x'd_i$
Մինչև 5	4.7	2.5	11.75
5 – 10	10.6	7.5	79.5
10 – 15	25.5	12.5	318.75
15 – 20	21.0	17.5	367.5
20 և ավելի	38.2	22.5	859.5
Ընդամենը	100.0	-	1637.0

Լուծում.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i d_i}{\sum d_i} = \frac{1637}{100} = 16.37 \text{ տարեկան:}$$

Հետևաբար արտադրական սարքավորումների տվյալ համակցությունում տիպիկ է հանդիսանում սարքավորման 16.4 տարեկան միջին տարիքը:

Կառուցվածքային միջինները (մոդա և մեդիանա), ի տարբերություն աստիճանային միջինների, որոնք նշանակալի չափով հանդիսանում են համակցության վերացական բնութագիրը, հանդես են գալիս որպես համակցության միանգամայն որոշակի տարբերակների հետ համընկնող կոնկրետ մեծություններ: Դա դրանց դարձնում է անփոխարինելի մի շարք գործնական խնդիրներ լուծելիս:

Մոդան (ամենահաճախող աբսոլյուտ) հատկանիշի այն արժեքն է, որն առավել հաճախ է հանդիպում ռսումնասիրվող համակցությունում (վիճակագրական շարքում): Դիսկրետ շարքում այն ամենամեծ հաճախականությամբ տարբերակն է:

Օրինակ: Հաշվարկել մոդան աղյուսակ 4.2-ի տվյալների հիման վրա:

Աղյուսակ 4.2

Առևտրական միավորման կոնկրետ բաժնուն վաճառված կոնկրետ բաժնունքի ըսկ կոնկրետ չափի 2003թ. նոյեմբերին

Կանանց կոնկրետ չափը x	Վաճառված զույգերի թիվը, %-ով ընդհանուրի նկատմամբ d	Կուտակված հաճախականություններ S
Ա	1	2
33	4	4
34	12	16
35	18	34
36	26	60
37	20	-
38	13	-
39	6	-
40	1	-
Ընդամենը	100	-

Աղյուսակի տվյալներից պարզվում է, որ ամենամեծ հաճախականությունն ընկնում է կոնկրետ 36 չափին: Հետևաբար, $Mo=36$, այսինքն՝ տվյալ համակցությունում 2003թ. նոյեմբերին հենց այդ համարն է ունեցել ամենամեծ պահանջարկը կանանց մոտ:

Միջակայքային շարքում նախ որոշվում է մոդայական միջակայքը, այսինքն՝ ամենամեծ հաճախականությունն ունեցող միջակայքը: Միջակայքային շարքի բաշխման մոդան որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$Mo = x_{Mo} + h_{Mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

որտեղ՝ x_{Mo} -ն մոդայական միջակայքի ստորին սահմանն է,

h_{Mo} -ը մոդայական միջակայքի մեծությունը,

f_{Mo} -ն մոդայական միջակայքի հաճախականությունը,

f_{Mo-1} -ը մոդայականի նախորդ միջակայքի հաճախականությունը,

f_{Mo+1} -ը հետմոդայական միջակայքի հաճախականությունը:

Օրինակ: Խանութում ստացված ապրանքախմբի խոնավության վերաբերյալ տվյալների հիման վրա որոշել մոդան (աղյուսակ 4.3):

Աղյուսակ 4.3

Խոնավություն, % x	Նմուշների թիվ f	Կուտակված հաճախականություն, S	Միջակայքի մեջտեղ x'_i	$x'_i f_i$
Ա	1	2	3	4
Մինչև 14	20	20	13	260
14 – 16	30	50	15	450
16 – 18	25	75	17	425
18 – 20	15	90	19	285
20 և ավելի	10	100	21	210
Ընդամենը	100	-	-	1630

Լուծում.

Խոնավության ամենամեծ խմբաքանակով օժտված են 14-16% միջակայքի ապրանքները: Այստեղից էլ ամբողջ ապրանքախմբի խոնավության մոդայական տոկոսը հավասար է՝

$$Mo = 14 + 2 \frac{(30 - 20)}{(30 - 20) + (30 - 25)} = 15.3\%:$$

Մեդիանան (միջնաթիվը) հատկանիշի այն արժեքն է, որն ընկած է կարգավորված շարքի մեջտեղում և ըստ միավորների թվաքանակի կիսում է այն երկու հավասար մասի:

Կարգավորված շարքը հատկանիշի արժեքների աճման կամ նվազման կարգով կառուցված շարքն է:

Մեդիանան որոշելու համար առաջին հերթին որոշում են դրա տեղը կարգավորված շարքում՝ օգտագործելով հետևյալ բանաձևը.

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2},$$

որտեղ՝ n -ը շարքի անդամների թիվն է:

Եթե շարքը բաղկացած է զույգ թվով անդամներից, ապա որպես մեդիանա պայմանականորեն ընդունում են երկու մեջտեղի արժեքների միջին թվաբանականը:

Օրինակ: Օգտագործելով 4.2 աղյուսակի տվյալները, որոշենք մեդիանայի համարը. $\frac{100+1}{2} = 50.5$: Այնուհետև կուտակում ենք հաճախա-

կանությունները մինչև այն պահը, երբ կումուլյատիվ հաճախականությունը կհավասարվի կամ կգերազանցի այդ համարը: Այսպիսով՝ տվյալ բաշխման շարքի մեդիանան հավասար է կանանց կոշիկի 36 չափին:

Միջակայքային բաշխման շարքում նույնպես առաջին հերթին ցույց է տրվում այն միջակայքը, որտեղ գտնվում է մեդիանան: Մեդիանական է այն առաջին միջակայքը, որում կուտակված հաճախականությունների գումարը գերազանցում է դիտարկումների ընդհանուր թվաքանակի կեսը: Միջակայքային շարքի մեդիանայի թվային արժեքը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$Me = x_{Me} + h_{Me} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

որտեղ՝ x_{Me} - մեդիանական միջակայքի ստորին սահմանն է,

h_{Me} - մեդիանական միջակայքի մեծությունը,

$\sum f_i$ - հաճախականությունների գումարը,

f_{Me} - մեդիանական միջակայքի հաճախականությունը,

S_{Me-1} - մեդիանականին նախորդող միջակայքի կուտակված հաճախականությունը:

Օրինակ: Հաշվարկել միջակայքային շարքի մեդիանան 4.3 աղյուսակի տվյալների հիման վրա:

Որոշենք մեդիանայի համարը.

$$N = \frac{100+1}{2} = 50.5:$$

Կուտակելով հաճախականությունները (4.3 աղյուսակի 7-րդ սյունը)՝ որոշում ենք, որ ապրանքի 50.5 նմուշը գտնվում է 16-18% միջակայքում:

$$Me = 16 + 2 \frac{50 - 50}{25} = 16.0 \%:$$

Այսպիսով, ապրանքախմբի կեսն ունի 16.0%-ից պակաս խոնավություն, իսկ մյուս կեսը՝ 16%-ից քարծր:

Բաշխման սիմետրիկ շարքերում մոդայի և մեդիանայի արժեքները համընկում են միջին մեծության հետ ($\bar{x} = Me = Mo$), իսկ քիչ ասիմետրիկ շարքերում դրանք հարաբերվում են հետևյալ կերպ.

$$3(\bar{x} - Me) \approx \bar{x} - Mo$$

Բերված օրինակում ապրանքի խմբաքանակում խոնավության պարունակության բաշխման կենտրոնի բնութագրիչների հարաբերակցությունը վկայում է քիչ ասիմետրիայի մասին.

$$3(16.3 - 16.0) \approx 16.3 - 15.3:$$

Մոդան կիրառվում է փորձագիտական գնահատականների ժամանակ, կոշիկի կամ հագուստի շատ պահանջվող չափերի որոշման համար, ինչը հաշվի է առնվում արտադրության պլանավորման ժամանակ: Մեդիանան օգտագործվում է արդյունաբերական ձեռնարկություններում արտադրանքի որակի և տեխնոլոգիական գործընթացի վիճակագրական վերահսկման ժամանակ, ըստ եկամտի մեծության ընտանիքների բաշխումն ուսումնասիրելու համար:

Մոդան և մեդիանան կարելի է որոշել շարքի գրաֆիկական պատկերման հիման վրա: Մեդիանան որոշվում է ըստ կումուլյատայի: Դրա որոշման համար ընդհանուր թվին համապատասխանող ամենամեծ օրդինատի բարձրությունը կիսում են երկու հավասար մասի: Ստացված կետից մինչև կումուլյատայի հատումը անցկացվում արքցիսի առանցքին զուգահեռ ուղիղ գիծ: Հատման կետի արքցիսը մեդիանական մեծությունն է:

Մոդան որոշվում է բաշխման հիստոգրամայի միջոցով: Դրա համար մոդայական ուղղանկյան աջ գագաթը միացնում են նախորդ ուղղանկյան գագաթի աջ անկյան հետ, իսկ մոդայական ուղղանկյան ձախ գագաթը՝ հաջորդ ուղղանկյան ձախ անկյան հետ: Այդ ուղիղների հատման կետի արքցիսը կլինի բաշխման մոդան:

Կարգային բնութագրիչներ: Բաշխման կենտրոնի դիտարկված ընդհանրացնող ցուցանիշները չեն բացահայտում հաճախականությունների հաջորդական փոփոխությունը, այդ իսկ պատճառով, բաշխման օրինաչափությունների վերլուծության ժամանակ օգտագործվում են նաև ռանգային (կարգային) ցուցանիշներ. քվարտիլներ և դեցիլներ:

Քվարտիլները հատկանիշի այն արժեքներն են, որոնք կարգավորված շարքն ըստ թվաքանակի կիսում են չորս հավասար մասի: Այդպիսի մեծություններ կլինեն երեքը. առաջին քվարտիլ (Q_1), երկրորդ քվարտիլ (Q_2), երրորդ քվարտիլ (Q_3): Երկրորդ քվարտիլը հանդիսանում է մեդիանա: Քվարտիլների հաշվարկը համանման է մեդիանայի հաշվարկին: Նախ որոշվում են քվարտիլի տեղը կամ դիրքը:

$$N_{Q_1} = \frac{n+1}{4}, \quad N_{Q_2} = \frac{n+1}{4} \cdot 2 = \frac{n+1}{2}, \quad N_{Q_3} = \frac{n+1}{4} \cdot 3:$$

Այնուհետև դիտարկենք շարքում, ըստ կուտակված հաճախականությունների, որոշում ենք թվային արժեքը: Միջակայքային բաշխման շարքում նախ նշվում է բնութագրող միջակայքը, այնուհետև որոշվում է դրա արժեքը հետևյալ բանաձևով.

$$Q = x_Q + h_Q \frac{N_Q - S_{(Q-1)}}{f_Q},$$

որտեղ՝ x_Q - այն միջակայքի ստորին սահմանն է, որում գտնվում է բնութագրող.

$S_{(Q-1)}$ - այն միջակայքի կուտակված հաճախականությունը, որն նախորդում է բնութագրողին միջակայքին,

f_Q - այն միջակայքի հաճախականությունը, որում գտնվում է բնութագրողը:

Այսպես առաջին և երրորդ բնութագրողների որոշման բանաձևերն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$Q_1 = x_{Q_1} + h_{Q_1} \frac{1/4 \sum f_i - S_{(Q_1-1)}}{f_{Q_1}},$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + h_{Q_3} \frac{3/4 \sum f_i - S_{(Q_3-1)}}{f_{Q_3}}:$$

Օրինակ: Աղյուսակ 4.3-ի տվյալներով որոշել առաջին և երրորդ բնութագրողները:

$$Q_1 = 14 + 2 \frac{0.25 \cdot 100 - 20}{30} = 14.3\%,$$

$$Q_3 = 18 + 2 \frac{0.75 \cdot 100 - 75}{15} = 18.0\%:$$

Հետևաբար, բաշխման շարքում առաջին բնութագրողը կազմել է 14.3%, իսկ երրորդը՝ 18.0%, այսինքն ապրանքների 25%-ը պարունակում են 14.3%-ը չգերազանցող խոնավություն, իսկ 75%-ի մոտ խոնավության տոկոսը չի գերազանցում 18%-ը:

Դեցիլները հատկանիշի այն արժեքներն են, որոնք կարգավորված շարքն ըստ ծավալի կիսում են տասն հավասար մասի: Բաշխման շարքում ընդգծվում են ինը դեցիլ: Մեդիանն հանդիսանում է հինգերորդ դեցիլը: Դեցիլների հաշվարկը նույնպես հիմնված է կուտակված հաճախականությունների վրա և որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

$$D_1 = x_{D_1} + h_{D_1} \frac{1/10 \sum f_i - S_{(D_1-1)}}{f_{D_1}},$$

$$D_2 = x_{D_2} + h_{D_2} \frac{2/10 \sum f_i - S_{(D_2-1)}}{f_{D_2}}$$

և այլն:

$$D_9 = x_{D_9} + h_{D_9} \frac{9/10 \sum f_i - S_{(D_9-1)}}{f_{D_9}}$$

Օրինակ: Աղյուսակ 4.3-ի տվյալներով որոշենք առաջին և իններորդ դեցիլները:

$$D_1 = 12 + 2 \frac{0.1 \cdot 100 - 0}{20} = 13.0\%,$$

$$D_9 = 20 + 2 \frac{0.9 \cdot 100 - 90}{10} = 20.0\%:$$

Այսպիսով՝ դեցիլների արժեքները վկայում են, որ նվազագույն խոնավության տոկոսով ապրանքի 10% խմբաքանակի մոտ առավելագույն խոնավությունը կազմում է 13%, իսկ առավելագույն խոնավության տոկոսով ապրանքի 10% խմբաքանակի մոտ նվազագույն խոնավությունը կազմում է 20%, այսինքն 1.54 անգամ ավելի:

Հատկանիշի վարիացիայի (սատանման) ցուցանիշները և դրանց հաշվարկման եղանակները: Հատկանիշի վարիացիայի չափը բնութագրելու համար օգտագործվում են բացարձակ և հարաբերական ցուցանիշներ: Վարիացիայի բացարձակ ցուցանիշներն են.

- Տատանման թափը,
- միջին գծային շեղումը,
- միջին քառակուսային շեղումը,
- դիսպերսիան,
- բնութագրողային շեղումը:

Տատանման թափի մեծությունը կախված է միայն երկու սահմանային տարբերակների մեծությունից և հաշվի չի առնում շարքի անդամների հիմնական զանգվածի տատանման աստիճանը: Այն որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

որտեղ՝ $x_{\max}, x_{\min}$ - հատկանիշի առավելագույն և նվազագույն արժեքներն են:

Միջին գծային շեղումը և միջին քառակուսային շեղումը ցույց են տալիս, թե որքանով են միջինում տարբերվում հատկանիշի անհատական արժեքներն իրենց միջին մեծությունից:

Միջին գծային շեղումը միջին թվաբանականի նկատմամբ հատկանիշի անհատական արժեքների տատանման ընդհանրացնող չափն է: Այն տալիս է տատանման բացարձակ չափը և որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

- չխմբավորված տվյալների (սկզբնական շարքի) համար՝

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n},$$

- վարիացիոն (խմբավորված) շարքի համար՝

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i},$$

որտեղ $|x_i - \bar{x}|$ -ը շեղման բացարձակ արժեքն է:

Օրինակ: Բուլիի ֆակուլտետներից մեկում ուսանողների տարիքային բաշխման վերաբերյալ տվյալների հիման վրա (աղյուսակ 4.4) որոշել տատանման թափը և միջին գծային շեղումը:

Աղյուսակ 4.4

Խմբերն ըստ տարիքի, x	Ուսանողների թիվը f	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	$x_i f_i$
Ա	1	2	3	4	5	6
17	10	3.7	37	13.69	136.9	170
18	70	2.7	189	7.29	510.3	1260
19	80	1.7	136	2.89	231.2	1520
20	100	0.7	70	0.49	49.0	2000
21	120	0.3	36	0.09	10.8	2520
22	160	1.3	208	1.69	270.4	3520
23	90	2.3	207	5.29	476.1	2070
Ընդամենը	630	-	883	-	1684.7	13060

Լուծում.

Որոշում ենք հատկանիշի առավելագույն և նվազագույն արժեքների տարբերությունը, որը կազմում է՝

$$R = 23 - 17 = 6 \text{ տարի:}$$

Միջին թվաբանականը հավասար է՝

$$\bar{x} = \frac{13060}{630} = 20.7 \text{ տարի,}$$

իսկ միջին գծային շեղումը՝

$$\bar{d} = \frac{883}{630} = 1.4 \text{ տարի,}$$

այսինքն՝ այդպիսին է միջինում հատկանիշի տարբերակների բացարձակ շեղումն իրենց միջին թվաբանականից:

Դիսպերսիան (σ^2) միջին թվաբանականից հատկանիշի անհատական արժեքների շեղումների քառակուսիների միջինն է: Դիսպերսիան օգտագործում են ոչ միայն տատանումը գնահատելու, այլ նաև փոխկապվածությունները չափելու և վիճակագրական հիպոթեզներ ստուգելու համար: Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևերով.

- պարզ (չխմբավորված տվյալների համար)՝

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n},$$

- կշռված (խմբավորված տվյալների համար)՝

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Դիսպերսիայի հաշվարկը կարելի է հեշտացնել՝ օգտագործելով դիսպերսիայի մաթեմատիկական հատկությունները: Օրինակ՝ պայմանական զրոյի հաշվարկման կամ մոմենտների եղանակով դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma^2 = \frac{\sum \left(\frac{x'_i - a}{k} \right)^2}{\sum f_i} \times k^2 - (\bar{x} - a)^2,$$

որտեղ x'_i -ը միջակայքի կենտրոնի արժեքն է,

k-ն միջակայքի մեծությունը,

a-ն պայմանական միջինը:

Այն դեպքում, երբ a հավասարեցվում է զրոյի, դիսպերսիայի հաշվարկման բանաձևն ընդունում է հետևյալ տեսքը.

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \right)^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2:$$

Նույնը կարելի է ստանալ՝ վերափոխելով դիսպերսիայի հաշվարկման բանաձևը.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n [x_i^2 - 2x_i\bar{x} + (\bar{x})^2]}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^n x_i + n(\bar{x})^2}{n} =$$

$$= \overline{x^2} - 2(\bar{x})^2 + (\bar{x})^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2,$$

այսինքն՝ դիսպերսիան հավասար է հատկանիշի անհատական արժեքների քառակուսիների միջինի և միջին մեծության քառակուսու տարբերությանը:

Միջին քառակուսային շեղումը (σ) միջին թվաքանականից հատկանիշի անհատական արժեքների շեղումների քառակուսային միջինն է: Այն որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

- չխմբավորված տվյալների համար՝

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}},$$

- վարիացիոն շարքի համար (խմբավորված)՝

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}.$$

Միջին քառակուսային շեղումն ըստ իր մեծության միշտ գերազանցում է միջին գծային շեղման արժեքին՝ միջինների մաժորանտության հատկությամբ համաձայն:

Օրինակ: Ուսանողների տարիքային բաշխման շարքի տվյալների հիման վրա (աղյուսակ 4.4) որոշել դիսպերսիան և միջին քառակուսային շեղումը:

Լուծում.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{1684.2}{630} = 2.67 \text{ տարի:}$$

Այստեղից էլ ստանում ենք միջին քառակուսային շեղումը.

$$\sigma = \sqrt{2.67} = 1.63 \text{ տարի:}$$

Այսպիսով, ուսանողների տարիքի յուրաքանչյուր անհատական արժեք իր միջին մեծությունից շեղվում է 1.63 տարով:

Ցույց տանք դիսպերսիայի և միջին քառակուսային շեղման հաշվարկը պարզեցված եղանակով:

Օրինակ: Ձորակոչիկների հասակի բաշխման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (աղյուսակ 4.5): Հաշվարկել դիսպերսիան պայմանական զրոյի եղանակով:

Լուծում.

ա մեծությունը վերցնում ենք հավասար 165.5-ին, իսկ $k' - 3$ -ի:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(\frac{x'_i - a}{k} \right) \cdot f_i}{\sum f_i} \cdot k + a = \frac{10}{1000} \cdot 3 + 165.5 = 165.53 \text{ սմ,}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum \left(\frac{x'_i - a}{k} \right)^2}{\sum f_i} \times k^2 - (\bar{x} - a)^2 = \frac{4064}{1000} \cdot 3^2 - (165.53 - 165.5)^2 = 35.57 \text{ սմ,}$$

$$\sigma = \sqrt{35.57} = 6.05 \text{ սմ:}$$

Աղյուսակ 4.5

Խմբերն ըստ հասակի, սմ x	Ձորակոչիկների թիվը f	Միջակայքի մեջտեղը x'_i	$\bar{x}_i - a$	$\frac{x_i - a}{k}$	$\frac{x_i - a}{k} \cdot f_i$	$\left(\frac{x_i - a}{k} \right)^2$	$\left(\frac{x_i - a}{k} \right)^2 f_i$
Ա	1	2	3	4	5	6	7
143-146	1	144.5	-21	-7	-7	49	49
146-149	2	147.5	-18	-6	-12	36	72
149-152	8	150.5	-15	-5	-40	25	200
152-155	26	153.5	-12	-4	-104	16	416
155-158	65	156.5	-9	-3	-195	9	585
158-161	120	159.5	-6	-2	-240	4	480
161-164	181	162.5	-3	-1	-181	1	181
164-167	201	165.5	0	0	0	0	0
167-170	170	168.5	3	1	170	1	170
170-173	120	171.5	6	2	240	4	480
173-176	64	174.5	9	3	192	9	576
176-179	28	177.5	12	4	112	16	448
179-182	10	180.5	15	5	50	25	250
182-185	3	183.5	18	6	18	36	108
185-188	1	186.5	21	7	7	49	49
Ընդամենը	1000	-	-	-	10	-	4064

Այսպիսով, զորակոչիկի հասակի յուրաքանչյուր կոնկրետ արժեք միջին հասակից շեղվում է 6.05 սմ-ով:

Քվարտիլային շեղումը (քվարտիլային թափը) կիրառվում է տատանման թափի փոխարեն, որպեսզի խուսափվի սահմանային արժեքների օգտագործման հետ կապված թերությունից:

$$R_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2},$$

որտեղ՝ Q_3 և Q_1 - բաշխման երրորդ և առաջին քվարտիլներն են:

Միևնույն համակցությունում տարբեր հատկանիշների կամ տարբեր համակցություններում միջին քվաբանակի տարբեր մեծությամբ միևնույն հատկանիշի տատանումը համեմատելու համար օգտագործվում են *վարիացիայի հարաբերական մեծությունները*: Դրանք հաշվարկվում են որպես վարիացիայի բացարձակ մեծությունների և միջին քվաբանականի (կամ մեդիանայի) հարաբերություն և հաճախ արտահայտվում են տոկոսներով: Վարիացիայի հարաբերական ցուցանիշների հաշվարկման բանաձևերը հետևյալն են.

Օսցիլյացիայի գործակից՝

$$K_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%,$$

հարաբերական գծային շեղում (վարիացիայի գծային գործակից)՝

$$K_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%,$$

վարիացիայի գործակից՝

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%,$$

վարիացիայի քվարտիլային գործակից՝

$$K_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Q_2} \cdot 100\%,$$

վարիացիայի դեցիլային գործակից՝

$$K_D = \frac{D_9}{D_1} \cdot 100\%:$$

Ավելի հաճախ կիրառվում է վարիացիայի գործակիցը: Այն կիրառվում է ոչ միայն վարիացիայի համեմատական գնահատում կատարելիս, այլ նաև համակցության համասեռությունը բնութագրելիս: Համակցությունը համարվում է համասեռ, եթե վարիացիայի գործակիցը չի գերազանցում 33%-ը (այն բաշխումների համար, որոնք մոտ են նորմալին):

Ուսումնասիրվող հասկանիչի դիսպերսիայի գումարումը: Հետազոտվող համակցության սահմաններում՝ ուսումնասիրելով մեզ հետաքրքրող հատկանիշի դիսպերսիան և հենվելով ընդհանուր միջինի հաշվարկի վրա, հնարավոր չէ գնահատել հատկանիշի (տարբերակի) անհատական արժեքների տատանումը որոշող առանձին գործոնների ազդե-

ցությունը: Դա հնարավոր է կատարել խմբավորումների մեթոդի օգնությամբ, երբ ուսումնասիրվող համակցության միավորները ստորաբաժանվում են համասեռ խմբերի ըստ գործոն-հատկանիշի: Ընդ որում, ամբողջ համակցության համար բացի ընդհանուր միջինից հաշվարկվում են միջիններ ըստ առանձին խմբերի (խմբային կամ մասնակի միջիններ) և դիսպերսիայի երեք ցուցանիշ.

- ընդհանուր դիսպերսիա,
- միջխմբային դիսպերսիա,
- միջին ներխմբային դիսպերսիա:

Ընդհանուր դիսպերսիայի մեծությունը բնութագրում է հատկանիշի վարիացիան տվյալ համակցության միավորների հատկանիշի մակարդակը ձևավորող բոլոր գործոնների ազդեցությամբ և որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{\text{ընդ.}}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_{\text{ընդ.}})^2 f_i}{\sum f_i},$$

որտեղ՝ $\bar{x}_{\text{ընդ.}}$ - ուսումնասիրվող ամբողջ համակցությունում ընդհանուր միջին քվաբանականն է:

Միջխմբային դիսպերսիան (խմբային միջինների դիսպերսիա δ^2) արտահայտում է համակարգված վարիացիան, այսինքն՝ ուսումնասիրվող հատկանիշի մեծության այն տարբերությունները, որոնք առաջանում են խմբավորման հիմքում ընկած գործոնի ազդեցությամբ: Միջխմբային դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{ընդ.}})^2 n_i}{\sum n_i},$$

որտեղ՝ $\bar{x}_i$ - i -րդ խմբի միջինն է,

n_i - միավորների թիվն է i -րդ խմբում:

Ներխմբային դիսպերսիաների միջինը բնութագրում է հաշվի չառնված այլ գործոնների ազդեցությամբ առաջացած պատահական վարիացիան և կախված չէ խմբավորման հիմքում ընկած պայմանից (գործոն-հատկանիշից): Ներխմբային դիսպերսիաների միջինը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} \quad \text{կամ} \quad \overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sum (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i},$$

որտեղ՝ σ_i^2 - i -րդ խմբի դիսպերսիան է:

Նշված դիսպերսիաները փոխկապված են միմյանց հետ հետևյալ կերպ. ընդհանուր դիսպերսիայի մեծությունը հավասար է միջխմբային դիսպերսիայի և ներխմբային դիսպերսիաների միջինի գումարին (դիսպերսիաների գումարման կանոնը).

$$\sigma_{\text{ընդ.}}^2 = \sigma_i^2 + \delta^2 :$$

Հիմնվելով այդ կանոնին, կարելի է որոշել, թե ընդհանուր դիսպերսիայի որ մասն է ձևավորվել խմբավորման հիմքում ընկած գործոն-հատկանիշի ազդեցությամբ:

Օրինակ: Բրիգադներից մեկի բանվորների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (աղյուսակ 4.6).

Աղյուսակ 4.6

Տարիֆային կարգ	Բանվորների թիվը	Մեկ բանվորի կողմից դետալների օրական թողարկումը, հատ
3	2	100, 120
4	4	120, 120, 140, 160
5	5	140, 160, 170, 180, 200

Որոշել.

1. Տվյալ տարիֆային կարգով մեկ բանվորի կողմից դետալների թողարկման ներխմբային դիսպերսիան,

2. Ներխմբային դիսպերսիաների միջինն ըստ բանվորների երեք խմբի,

3. միջխմբային դիսպերսիան,

4. բրիգադի բանվորների թողարկման ընդհանուր դիսպերսիան:

Լուծում.

1. Ներխմբային դիսպերսիաների հաշվարկման համար որոշենք խմբային միջինները.

$$\bar{x}_1 = \frac{100+120}{2} = 110 \text{ հատ}, \quad \bar{x}_2 = \frac{120+120+140+160}{4} = 135 \text{ հատ},$$

$$\bar{x}_3 = \frac{140+160+170+180+200}{5} = 170 \text{ հատ:}$$

Հաշվարկենք ներխմբային դիսպերսիաները.

$$\sigma_1^2 = \frac{(100-110)^2 + (120-110)^2}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ հատ},$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(120-135)^2 + (120-135)^2 + (140-135)^2 + (160-135)^2}{4} = \frac{1100}{4} = 275$$

$$\sigma_3^2 = \frac{(140-170)^2 + (160-170)^2 + (170-170)^2 + (180-170)^2}{5} + \frac{(200-170)^2}{5} = \frac{2000}{5} = 400 \text{ հատ:}$$

2. Որոշենք ներխմբային դիսպերսիաների միջինը.

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{100 \cdot 2 + 275 \cdot 4 + 400 \cdot 5}{11} = \frac{3300}{11} = 300 \text{ հատ:}$$

3. Միջխմբային դիսպերսիան որոշելու նպատակով հաշվարկենք ընդհանուր միջինը.

$$\bar{x}_{\text{ընդ.}} = \frac{\sum \bar{x}_i n_i}{\sum n_i} = \frac{110 \cdot 2 + 135 \cdot 4 + 175 \cdot 5}{11} = \frac{1610}{11} = 146.4 \text{ հատ:}$$

Այժմ հաշվարկենք միջխմբային դիսպերսիան.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{ընդ.}})^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{(110-146.4)^2 \cdot 2 + (135-146.4)^2}{11} + \frac{(170-146.4)^2 \cdot 5}{11} = \frac{5954.56}{11} = 541.3 \text{ հատ:}$$

4. Ընդհանուր դիսպերսիան հավասար է՝

$$\sigma_{\text{ընդ.}}^2 = \sigma_i^2 + \delta^2 = 300 + 541.3 = 841.3 \text{ հատ:}$$

Դիսպերսիաների գումարման կանոնի հիման վրա կարելի է հաշվարկել խմբային (գործոնային) և արդյունքային հատկանիշների միջև կապի սերտության ցուցանիշը: Այն կոչվում է *էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերություն* և հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}} :$$

Մեր օրինակի համար էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը հավասար է՝

$$\eta = \sqrt{\frac{541.3}{841.3}} = 0.64 :$$

Այսպես կարելի է եզրակացնել, որ դետալների թողարկման և բանվորների որակավորման միջև գոյություն ունի միջին վիճակագրական կապ, քանի որ կոռելյացիոն հարաբերությունը հավասար է 0.64-ի:

Հատկանիշի անհատական արժեքների միջինի շուրջ վարիացիայի հետ մեկտեղ կարող է դիտվել նաև հատկանիշի անհատական մասերի վարիացիան միջին մասի շուրջ: Վարիացիայի այդպիսի ուսումնասիրությունը կարելի է կատարել հետևյալ տեսակի դիսպերսիաների հաշվարկման և վերլուծության միջոցով:

Մասի ներխմբային դիսպերսիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{p_i}^2 = p_i \cdot (1 - p_i):$$

Մասի ներխմբային դիսպերսիաների միջինը.

$$\overline{\sigma_{p_i}^2} = \overline{p_i(1 - p_i)} = \frac{\sum p_i(1 - p_i) \cdot n_i}{\sum n_i}:$$

Մասի միջխմբային դիսպերսիայի բանաձևեն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\delta_{p_i}^2 = \frac{\sum (p_i - \bar{p})^2 n_i}{\sum n_i},$$

որտեղ $\delta_{p_i}^2$ -ն մասի միջխմբային դիսպերսիան է,

p_i -խմբային մասերն են,

$\bar{p}$ -ն ամբողջ համակցությունում ուսումնասիրվող հատկանիշի մասը, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i n_i}{\sum n_i}:$$

Մասի ընդհանուր դիսպերսիան հավասար է՝

$$\sigma_{\bar{p}}^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p}):$$

Դիսպերսիաների երեք տեսակները միմյանց հետ կապված են հետևյալ կերպ.

$$\sigma_{\bar{p}}^2 = \overline{\sigma_{p_i}^2} + \delta_{p_i}^2:$$

Դիսպերսիաների տվյալ հարաբերակցությունը կոչվում է *հատկանիշի մասի դիսպերսիաների գումարման թեորեմ*: Այս թեորեմը լայնորեն կիրառվում է որակական հատկանիշների տատանումն ուսումնասիրելու ժամանակ:

Օրինակ: Որոշել քաղաքի բուհերում գերազանցության դիպլոմ ստացած ցերեկային ուսուցման շրջանավարտների մասի խմբային, միջին ներխմբային, միջխմբային և ընդհանուր դիսպերսիաներն աղյուսակ 4.7-ի տվյալների հիման վրա:

Լուծում.

Որոշենք ցերեկային ուսուցման գերազանցության դիպլոմով շրջանավարտների ընդհանուր մասը չորս բուհերի կտրվածքով.

$$\bar{p} = \frac{0.13 \cdot 1500 + 0.35 \cdot 3250 + 0.25 \cdot 2140 + 0.12 \cdot 1150}{8040} = \frac{2005.5}{8040} = 0.249:$$

Նշված ուսանողների մասի ընդհանուր դիսպերսիան հավասար է՝

$$\sigma^2 = 0.249 \cdot (1 - 0.249) = 0.187:$$

Աղյուսակ 4.7

Բուհ	Ուսուցման բոլոր ձևերի ուսանողների թիվը, մարդ	Գերազանցության դիպլոմ ստացած ցերեկային ուսուցման շրջանավարտների տեսակարար կշիռը, %
1	1500	13
2	3250	35
3	2140	25
4	1150	12

Որոշենք ներխմբային դիսպերսիաները.

$$\sigma_{p_1}^2 = 0.13 \cdot (1 - 0.13) = 0.113,$$

$$\sigma_{p_2}^2 = 0.35 \cdot (1 - 0.35) = 0.228,$$

$$\sigma_{p_3}^2 = 0.25 \cdot (1 - 0.25) = 0.188,$$

$$\sigma_{p_4}^2 = 0.12 \cdot (1 - 0.12) = 0.106:$$

Այնուհետև հաշվարկենք ներխմբային դիսպերսիաների միջինը.

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_{p_i}^2} &= \frac{0.113 \cdot 1500 + 0.228 \cdot 3250 + 0.188 \cdot 2140 + 0.106 \cdot 1150}{8040} = \\ &= \frac{1434.7}{8040} = 0.178: \end{aligned}$$

Որոշենք միջխմբային դիսպերսիան.

$$\begin{aligned} \delta_p^2 &= \frac{(0.113 - 0.249)^2 \cdot 1500 + (0.35 - 0.249)^2 \cdot 3250}{8040} + \\ &+ \frac{(0.25 - 0.249)^2 \cdot 2140 + (0.12 - 0.249)^2 \cdot 1150}{8040} = \frac{73.53}{8040} = 0.009: \end{aligned}$$

Ստուգենք կատարված հաշվարկների ճշտությունը դիսպերսիաների գումարման կանոնի միջոցով.

$$\sigma_p^2 = 0.178 + 0.009 = 0.187 ;$$

Խնդիրը ճիշտ է լուծված:

Ալեքսանդր Կապանցի Դիստրիբյուցիա: Այլընտրանքային հատկանիշը որակական հատկանիշ է, որն ունի երկու փոխադարձաբար բացառող տարբերակներ (օրինակ՝ ծեռնարկության աշխատողները ստորաբաժանվում են տղամարդկանց և կանանց վրա, արտադրանքը՝ պիտանու և խոտանի վրա և այլն):

Այլընտրանքային (երկընտրանքային) հատկանիշն ընդունում է ընդամենը երկու արժեք.

1 - հատկանիշի առկայություն,

0 - հատկանիշի բացակայություն:

$$p + q = 1 ,$$

որտեղ՝ p - հատկանիշը տիրապետող միավորների մասն է (տեսակարար կշիռը),

q - հատկանիշը չտիրապետող միավորների տեսակարար կշիռը:

Այլընտրանքային հատկանիշի միջին արժեքը հավասար է՝

$$\bar{x} = \frac{(1 \cdot p) + (0 \cdot q)}{p + q} = p :$$

Այլընտրանքային հատկանիշի դիսպերսիան հավասար է՝

$$\sigma^2 = \frac{(1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 \cdot q}{p+q} = \frac{q^2 \cdot p + p^2 \cdot q}{p+q} = p \cdot q :$$

Այլընտրանքային հատկանիշի վարիացիայի առավելագույն արժեքը հավասար է 0.25-ի և այն ստացվում է, երբ $p = q = 0.5$ -ի:

Օրինակ: Որոշել այլընտրանքային հատկանիշի դիսպերսիան հետևյալ տվյալների հիման վրա. քաղաքի շրջաններից մեկում հարկային տեսչությունն ստուգել է 200 առևտրային կրպակ, որոնցից 150-ում բացահայտել է ֆինանսական խախտումներ:

Լուծում.

$$n = 200, m = 150, p = \frac{150}{200} = 0.75, q = 1 - 0.75 = 0.25,$$

$$\sigma^2 = 0.75 \cdot 0.25 = 0.1875 :$$

Բաշխման ձևի ցուցանիշները: Բաշխման ձևի մասին մոտավորապես պատկերացում ստանալու համար կառուցում են բաշխման գրաֆիկներ (պոլիգոն և հիստոգրամ): Վիճակագրական հետազոտությունների արակտիկայում կարելի է հանդիպել զանազան բաշխումների: Համասեռ համակցությունները, որպես կանոն, բնութագրվում են միագագաթ բաշխումներով: Բազմագագաթությունը վկայում է ուսումնասիրվող համակ-

ցության անհամասեռության մասին: Այդ դեպքում հարկավոր է առավել համասեռ խմբերի բաժանման նպատակով կատարել տվյալների վերախմբավորում:

Բաշխման ընդհանուր բնույթի բացահայտումը ենթադրում է դրա համասեռության աստիճանի գնահատում, ինչպես նաև ասիմետրիայի և էքսցեսի ցուցանիշների հաշվարկ:

Մի քանի բաշխումների ասիմետրիայի աստիճանի համեմատական վերլուծության համար հաշվարկվում է ասիմետրիայի Պիրսոնի հարաբերական ցուցանիշը.

$$As = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} :$$

Ասիմետրիայի ցուցանիշի մեծությունը կարող է լինել դրական և բացասական: Դրական մեծությունը վկայում է աջակողմյան ասիմետրիայի առկայության մասին, իսկ բացասական նշանը՝ ձախակողմյան: Որքան մեծ է գործակցի բացարձակ մեծությունը, այդքան մեծ է թեքվածության աստիճանը: Ընդունված է համարել, որ եթե ասիմետրիայի գործակիցը փոքր է 0.25-ից, ապա ասիմետրիան նշանակալի չէ, իսկ եթե մեծ է 0.25-ից՝ նշանակալի է:

Ասիմետրիայի հաջորդ ցուցանիշը, որը առաջարկել է շվեդ մաթեմատիկոս Լինդբերգը, հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$As = \Pi - 50 ,$$

որտեղ՝ Π - հատկանիշի այն արժեքների տոկոսն է, որոնք գերազանցում են միջին թվաբանականի մեծությունը,

50 - նորմալ բաշխման այն տարբերակների տոկոսն է, որոնք գերազանցում են չարքի միջին թվաբանականին:

Առավել տարածված է ասիմետրիայի հետևյալ ցուցանիշը.

$$As = \frac{\mu_3}{\sigma^3} ,$$

որտեղ՝ μ_3 - երրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտն է, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 \cdot f_i}{\sum f_i} :$$

Ասիմետրիայի այս ցուցանիշը ոչ միայն որոշում է ասիմետրիայի աստիճանը, այլ նաև ցույց է տալիս գլխավոր համակցությունում հատկանիշի բաշխման ասիմետրիայի առկայությունը կամ բացակայությունը: Տվյալ ցուցանիշի էականության աստիճանի գնահատականը տրվում է միջին քառակուսային սխալի օգնությամբ, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{As} = \sqrt{\frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1) \cdot (n+3)}}$$

որտեղ՝ n - դիտարկումների թիվն է:

Եթե $\frac{|As|}{\sigma_{As}} > 3$ -ից, ապա ասիմետրիան էական է և գլխավոր

համակցությունում հատկանիշի բաշխումը սիմետրիկ չէ:

Եթե $\frac{|As|}{\sigma_{As}} < 3$ -ից, ապա ասիմետրիան էական չէ և դրա առկայու-

թյունը բացատրվում է պատահական հանգամանքների ազդեցությամբ:

Սիմետրիկ բաշխումների համար հաշվարկվում է էքսցեսի (սրագագաթության) ցուցանիշը.

$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3,$$

որտեղ՝ μ_4 - չորրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտն է և որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 \cdot f_i}{\sum f_i}.$$

Էքսցեսը կարող է լինել դրական և բացասական: Բարձրագագաթ բաշխումների մոտ էքսցեսի ցուցանիշն ունի դրական նշան (+), իսկ ցածրագագաթները՝ բացասական (-): Բացասական էքսցեսի սահմանային արժեքը՝ $Ex = -2$, իսկ դրական էքսցեսի մեծությունը անվերջ մեծություն է: Նորմալ բաշխման էքսցեսը հավասար է 0-ի, այսինքն՝

$$\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3:$$

Էքսցեսի միջին քառակուսային շեղումը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{Ex} = \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n-1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}}$$

որտեղ՝ n - դիտարկումների թիվն է:

Էքսցեսի մոտավոր որոշման համար կարող է կիրառվել *Լինդբերգի բանաձևը*.

$$Ex = \Pi - 38.29,$$

որտեղ՝ Π - այն տարբերակների տոկոսն է, որոնք ընկած են միջին մեծության այս կամ այն կողմում՝ միջին քառակուսային շեղման կեսին հավասար միջակայքում:

38.29 - այն տարբերակների տոկոսն է, որոնք ընկած են նորմալ բաշխման շարքում միջին մեծության այս կամ այն կողմում՝ միջին քառակուսային շեղման կեսին հավասար միջակայքում:

Օրինակ: Որոշել ասիմետրիայի և էքսցեսի գործակիցներն ըստ ապրանքաշրջանառության չափի խանութների բաշխման տվյալների հիման վրա (աղյուսակ 4.8):

Աղյուսակ 4.8

Նորմավորված մոմենտների հաշվարկը

Խմբերն ըստ ապրանքաշրջանառության, մլն. դրամ, x	Խանութների թիվը, f	Միջակայքի մեջտեղը, x_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2 f$	$(x_i - \bar{x})^3 f$	$(x_i - \bar{x})^4 f$
Ա	1	2	3	4	5	6	7
50 - 60	7	55	385	-12.2	1041.9	12711.0	155073.4
60 - 70	15	65	975	-2.2	72.6	159.7	351.4
70 - 80	6	75	450	7.8	365.0	2847.3	22209.0
80 - 90	4	85	340	17.8	1267.4	22559.0	401550.3
Ընդամենը	32	-	2150	-	2746.9	38277.0	579184.2

Որոշենք դիսպերսիան և երրորդ ու չորրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտները:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{2746.9}{32} = 85.84,$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{85.84} = 9.265,$$

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{38277.0}{32} = 1196.16,$$

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{579184.2}{32} = 18099.5:$$

Այժմ որոշենք ասիմետրիայի գործակիցը և դրա էականության աստիճանի գնահատականը:

$$As = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1196.16}{9.265^3} = 1.50,$$

$$\sigma_{As} = \sqrt{\frac{6 \cdot (32-1)}{(32+1) \cdot (32+3)}} = 0.4 :$$

Տվյալ բաշխման ասիմետրիան էական է, քանի որ $\frac{|As|}{\sigma_{As}} > 3$ -ից: Ասիմետրիայի գործակցի էականությունը կարելի ստուգել նաև հավելված 13 միջոցով:
Որոշենք բաշխման էքսցեսը.

$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{18099.5}{9.265^4} - 3 = -0.544 ,$$

այսինքն՝ բաշխումը ցածրագագաթ է:

Բաշխման կորեր: Էմպիրիկ սվյալներով նորմալ բաշխման կառուցումը: Բաշխման օրինաչափությունների բացահայտման առավել վստահելի ճանապարհը դիտարկումների թվի ավելացումն է: Դիտարկումների թվի ավելացմանը (միևնույն համասեռ համակցության սահմաններում) և միաժամանակ միջակայքի մեծության փոքրացմանը զուգընթաց, տվյալ բաշխմանը բնորոշ օրինաչափությունը հանդես կգա ավելի ու ավելի հստակ կերպով, իսկ ճախականությունների պոլիգոնը ներկայացնող բեկյալ գիծը կմոտենա որոշակի սահուն գծի և, ի վերջո, կվերածվի կոր գծի:

Այն կոր գիծը, որն արտահայտում է հաճախականությունների փոփոխության օրինաչափությունը՝ պատահական գործոնների ազդեցությունը բացառող զուտ տեսքով, կոչվում է *բաշխման կոր*:

Ներկայումս ուսումնասիրված է բավական թվով տարբեր բաշխման ձևեր: Վիճակագրական հետազոտությունների պրակտիկայում հաճախ օգտագործվում է Պուասոնի, Մաքսվելի և հատկապես նորմալ բաշխումը: Նորմալ բաշխմանը մոտ բաշխումները հայտնաբերվել են ինչպես բնության, այնպես էլ հասարակության զարգացման ամենատարբեր երևույթներն ուսումնասիրելու ժամանակ:

Նորմալ են անվանում անընդհատ պատահական x մեծության բաշխումը, եթե դրա համապատասխան բաշխման խտությունն արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով.

$$f(x) = \varphi_{(x, \bar{x}, \sigma^2)} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} ,$$

կամ

$$\varphi_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} ,$$

որտեղ՝ x -ն ուսումնասիրվող հատկանիշի արժեքն է,

$$t = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \text{ -ն ստանդարտ (նորմավորված) շեղումը,}$$

$e = 2.7182$ - բնական լոգարիթմի հիմքը,

$\pi = 3.1415$ - մաթեմատիկական հաստատունը:

Վիճակագրության պրակտիկայում մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում այն հարցը, թե վիճակագրական դիտման արդյունքում ստացված բաշխումը որքանով է համապատասխանում նորմալ բաշխմանը:

Այս հարցը լուծելու համար հարկավոր է հաշվարկել նորմալ բաշխման տեսական հաճախականությունները, այսինքն՝ այն հաճախականությունները, որոնք կլինեին, եթե տվյալ բաշխումը ճշտորեն հետևեր նորմալ բաշխման օրենքին: Տեսական հաճախականությունների հաշվարկման համար օգտագործվում է հետևյալ բանաձևը.

$$f'_i = \frac{n \cdot h}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} ,$$

որտեղ՝ h -ն միջակայքի մեծությունն է:

Օրինակ: Հաշվարկել բաշխման շարքի տեսական հաճախականությունները զորակոչիկների հասակի վերաբերյալ հետևյալ տվյալների հիման վրա:

Աղյուսակ 4.9

Զորակոչիկների բաշխումն ըստ հասակի

Խմբերն ըստ հասակի, սմ x	Զորակոչիկների թիվը f_i	Միջակայքի մեջտեղը x'_i	$(x_i - \bar{x})$	$\frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma}$	$\varphi_{(t)}$	Տեսական հաճախականություններ f'_i
Ա	1	2	3	4	5	6
143-146	1	144.5	-21	3.47	0.0010	1
146-149	2	147.5	-18	2.98	0.0047	2
149-152	8	150.5	-15	2.48	0.0184	9
152-155	26	153.5	-12	1.98	0.0562	28
155-158	65	156.5	-9	1.49	0.1315	65
158-161	120	159.5	-6	0.99	0.2444	121
161-164	181	162.5	-3	0.50	0.3525	175
164-167	201	165.5	0	0.00	0.3989	198
167-170	170	168.5	3	0.50	0.3525	175
170-173	120	171.5	6	0.99	0.2444	121
173-176	64	174.5	9	1.49	0.1315	65
176-179	28	177.5	12	1.98	0.0562	28
179-182	10	180.5	15	2.48	0.0184	9
182-185	3	183.5	18	2.98	0.0047	2
185-188	1	186.5	21	3.47	0.0010	1
Ընդամենը	1000	-	-	-	-	1000

Լուծում.

Առաջին հերթին որոշում ենք զորակոչիկի միջին հասակը, որը հավասար է 165.5 սմ, իսկ հասակի միջին քառակուսային շեղումը՝ 6.05:

Այդ տվյալների հիման վրա որոշում ենք նորմավորված շեղումը յուրաքանչյուր տարբերակի համար (7.9 աղյուսակի 4-րդ սյուն): Այնուհետև հավելված 4-ի միջոցով որոշում ենք $\varphi_{(i)}$ ֆունկցիայի արժեքները (7.9 աղյուսակի 5-րդ սյուն):

Տեսական հաճախականությունները որոշվում են հետևյալ բանաձևի օգնությամբ.

$$f' = \frac{h \sum f}{\sigma} \cdot \varphi_{(i)}:$$

Այն դեպքում, երբ վարիացիոն շարքն ունի հավասարամեծ միջակայքեր, ապա

$$\frac{h \sum f}{\sigma} = \text{const}:$$

Մեր օրինակում այդ մեծությունը հավասար է՝

$$\frac{3 \cdot 1000}{6.05} = 495.868 \approx 496:$$

Այնուհետև այդ արժեքի մեծությունը (const) բազմապատկելով $\varphi_{(i)}$ ֆունկցիայի մեծությունով՝ ստանում ենք տեսական հաճախականությունները (աղյուսակ 4.9-ի սյուն 6):

Գիտական և գործնական նշանակություն ունի Պոլասոնի բաշխումը: Այն բնորոշ է հազվադեպ հանդիպող երևույթներին, այդ պատճառով էլ դրան անվանում են «հազվադեպ (կամ սակավադեպ) երևույթների օրենք» (կամ փոքր թվերի օրենք): Պոլասոնի օրենքը կիրառվում է ըստ ծավալի բավականին մեծ ($n \geq 100$) և տվյալ հատկանիշով օժտված բավականին փոքր տեսակարար կշիռ ($p \leq 0.1$) ունեցող համակցությունների համար: Օրինակ՝ պատրաստի արտադրանքի խմբաքանակների բաշխումն ըստ խոտան արտադրանքի քանակի, տպագրված էջերի բաշխումն ըստ վրիպակների թվի և այլն: Պոլասոնի բաշխման տեսական հաճախականությունները որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$f'_m = n \cdot \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}$$

որտեղ՝ n - անկախ փորձերի ընդհանուր թիվն է,

λ - անկախ փորձերի ժամանակ սակավադեպ պատահարի հանդես գալու միջին թիվը,

m - տվյալ պատահարի հաճախականությունը ($m=0, 1, 2, \dots$),

$e^{-\lambda}$ որոշվում է հատուկ աղյուսակի միջոցով (հավելված 2),

$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m$ արտադրյալն է, $0! = 1$ ընդունվում է մեկին հավասար:

Համաձայնության հայտանիշներ: Զանի որ այս կամ այն բաշխման բնույթի վերաբերյալ ենթադրություններն ընդամենը հիպոթեզներ են, այլ ոչ թե կատեգորիկ հիմնավորումներ, ապա դրանց հարկավոր է հատուկ ցուցանիշների միջոցով ենթարկել վիճակագրական ստուգման, որոնք կոչվում են *համաձայնության հայտանիշներ*: Համաձայնության հայտանիշները հնարավորություն են տալիս՝ հիմնվելով բաշխման սահմանված կանոնին, բացահայտել, թե որ դեպքում է հարկավոր տեսական և էմպիրիկ հաճախականությունների միջև տարբերությունն ընդունել պատահական (ոչ էական), և որ դեպքում՝ ոչ պատահական (էական): Գոյություն ունեն մի շարք համաձայնության հայտանիշներ: Առավել տարածված է Կ.Պիրսոնի χ^2 համաձայնության հայտանիշը, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{էմպ.}} - f_{\text{տես.}})^2}{f_{\text{տես.}}},$$

որտեղ՝ $f_{\text{էմպ.}}$ -ն փորձարարական (էմպիրիկ) հաճախականություններն են,

$f_{\text{տես.}}$ -ն տեսական հաճախականությունները:

Հայտանիշի ստացված արժեքը ($\chi_{\text{հաշվ.}}^2$) համեմատում են աղյուսակային արժեքի հետ ($\chi_{\text{աղյուս.}}^2$): Վերջինս որոշվում է հատուկ աղյուսակի միջոցով (տես հավելված 5) կախված ընդունված հավանականությունից (P) և ազատության աստիճանների թվից k (նորմալ բաշխման համար k հավասար է բաշխման շարքի խմբերի թվից հանած 3):

Եթե $\chi_{\text{հաշվ.}}^2 \leq \chi_{\text{աղյուս.}}^2$, ապա չի հերքվում էմպիրիկ բաշխման նմանության հիպոթեզը նորմալ բաշխմանը: Պիրսոնի հայտանիշի հաշվարկման ժամանակ հարկավոր է պահպանել հետևյալ պայմանները. դիտարկումների թիվը պետք է լինի բավականին մեծ ($n \geq 50$), եթե տեսական հաճախականությունները որոշ միջակայքերում փոքր է 5-ից, ապա միջակայքերը միավորվում են այնպես, որպեսզի հաճախականությունները 5-ից մեծ լինեն:

Վ.Ի. Ռոմանովսկին, օգտագործելով χ^2 մեծությունը, առաջարկել է էմպիրիկ բաշխման նմանությունը նորմալ բաշխման կորին գնահատել հետևյալ հարաբերությամբ.

$$C = \frac{|\chi^2 - v|}{\sqrt{2 \cdot v}},$$

որտեղ՝ $v = m - 3$ - ազատության աստիճանների թիվն է,

m - խմբերի թիվը:

Եթե $C < 3$, ապա կարելի է ընդունել էմպիրիկ բաշխման նորմալ բնույթի հիպոթեզը:

Տարածված է նաև *Ա.Ն. Կոլմոգորովի* հայտանիշը, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{n}},$$

որտեղ D - էմպիրիկ և տեսական կուտակված հաճախականությունների միջև տարբերության առավելագույն արժեքն է,

n - էմպիրիկ հաճախականությունների գումարը:

Հաշվարկելով λ արժեքը՝ $P(\lambda)$ հատուկ աղյուսակի միջոցով որոշում են այն հավանականությունը, որով կարելի է հաստատել, որ էմպիրիկ և տեսական հաճախականությունների շեղումները պատահական են: Եթե λ մեծությամբ համապատասխանում է նշանակալի հավանականություն, ապա էմպիրիկ և տեսական բաշխումների միջև տարբերությունները եական չեն:

Օրինակ: Օգտագործելով 4.9 աղյուսակի տվյալները՝ ստուգել նորմալ բաշխմանը քաղաքի զորակոչիկների՝ ըստ հասակի բաշխման համապատասխանության հիպոթեզը: Էմպիրիկ և տեսական հաճախականությունների մոտիկությունը գնահատելու համար օգտվել Պիրսոնի, Ռոմանովսկու և Կոլմոգորովի հայտանիշից:

Աղյուսակ 4.10

Խմբերն ըստ հասակի, սմ x	Բաշխման հաճախականություններ		$f_i - f'_i$	$(f_i - f'_i)^2$	$\frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i}$
	էմպիրիկ f_i	տեսական f'_i			
Ա	1	2	3	4	5
143-146	1	1			
146-149	2	2			
149-152	8	9	-1	1	0.083
152-155	26	28	-2	4	0.413
155-158	65	65	0	0	0
158-161	120	121	-1	1	0.008
161-164	181	175	6	36	0.206
164-167	201	198	3	9	0.045
167-170	170	175	-5	25	0.143
170-173	120	121	-1	1	0.008
173-176	64	65	-1	1	0.015
176-179	28	28	0	0	0
179-182	10	9	1	1	0.111
182-185	3	2	1	1	0.5
185-188	1	1			
Ընդամենը	1000	1000	-	-	1.262

Լուծում.

1. Որոշենք Պիրսոնի հայտանիշը՝ բոլոր հաշվարկները ներկայացնելով 4.10 աղյուսակում: Հաշվարկային χ^2 հավասար է 1.262-ի: Որոշենք դրա աղյուսակային (սահմանային) արժեքը հավելված 5-ի միջոցով: $v = 15 - 3 = 12$ ազատության աստիճանի և $\alpha = 0.05$ նշանակալիության դեպքում $\chi^2_{\text{առ.}} = 28.30$: Քանի որ χ^2 հաշվարկային արժեքը փոքր է դրա աղյուսակային արժեքից, ապա էմպիրիկ և տեսական հաճախականությունների միջև շեղումները կարելի է համարել պատահական, այսինքն՝ առաջադրված հիպոթեզը՝ էմպիրիկ բաշխման մոտիկությունը նորմալին, չի հերքվում:

2. Որոշենք Ռոմանովսկու հայտանիշը.

$$C = \frac{|\chi^2 - v|}{\sqrt{2 \cdot v}} = \frac{|1.262 - 12|}{\sqrt{2 \cdot 12}} = \frac{10.738}{4.899} = 2.19,$$

Աղյուսակ 4.11

f_i	f'_i	Կուտակված հաճախականություններ		$ S_i - S'_i $
		էմպիրիկ S_i	տեսական S'_i	
1	2	3	4	5
1	1	1	1	0
2	2	3	3	0
8	9	11	12	1
26	28	37	40	3
65	65	102	105	3
120	121	222	226	4
181	175	403	401	2
201	198	604	599	5
170	175	774	774	0
120	121	894	895	1
64	65	958	960	2
28	28	986	988	2
10	9	996	997	1
3	2	999	999	0
1	1	1000	1000	0
1000	1000	-	-	-

Քանի որ $C < 3$ -ից, ապա հիպոթեզը չի հերքվում:

3. Որոշենք Կոլմոգորովի հայտանիշը:

Դա իրականացնելու համար հաշվարկենք էմպիրիկ և տեսական բաշխումների կուտակված հաճախականությունները, գտնենք դրանց միջև առավելագույն տարբերությունը: Հաշվարկները ներկայացված են 4.11 աղյուսակում:

Աղյուսակի տվյալներից երևում է, որ առավելագույն տարբերությունը հավասար է 5-ի: Այստեղից էլ՝

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{\sum f}} = \frac{5}{\sqrt{1000}} = 0.158 \approx 0.2:$$

$P(\lambda)$ հավանականությունների աղյուսակով որոշում ենք, որ $\lambda = 0.2$ համապատասխանում է մեկին մոտ հավանականություն: Դա նշանակում է, որ մեկին մոտ հավանականությամբ կարելի պնդել, որ գորակոչիկների ըստ հասակի փաստացի բաշխման հիմքում ընկած է նորմալ բաշխումը: Այդ եզրակացությունը հաստատեցին բոլոր երեք հայտանիշները:

4.2. Խնդիրներ և վարժություններ

4.1. Առևտրական համալիրի կոշկեղենի բաժանմունքների գնողունակ պահանջարկի ուսումնասիրության ժամանակ ստացվել են հետևյալ տվյալները տղամարդկանց ամառային կոշիկի ըստ չափսերի վաճառքների բաշխման վերաբերյալ.

Չափսը	38	39	40	41	42	43	44	Ընդամենը
Վաճառված գույքերի թիվը	4	4	8	13	19	8	4	60

Կատարել բաշխման հաճախականությունների վերլուծություն՝ օգտագործելով հաճախություններն ու կումուլյատիվ հաճախությունները:

4.2. Առաջին կուրսի ուսանողների ծննդային քննաշրջանի արդյունքներով ստացվել է գնահատականների հետևյալ բաշխումն ըստ բալլերի.

Ուսանողների գիտելիքների գնահատականի բալլը	2	3	4	5	Ընդամենը
Ուսանողների ստացած գնահատականների թիվը	15	75	120	90	300

Որոշել.

1. Ուսանողների գիտելիքների միջին բալլը:

2. Առաջադիմության մոդայական և մեդիանական բալլի արժեքները:

Կատարել եզրակացություններ տվյալ բաշխման բնույթի վերաբերյալ:

4.3. Առևտրական ֆիրմաների բաշխումն ըստ ամսական ապրանքաշրջանառության չափի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ապրանքաշրջանառությունը, մլն. դրամ	մինչև 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-ից բարձր	Ընդամենը
Ֆիրմաների թիվը	20	26	20	14	10	10	100

Որոշել.

1. Մեկ ֆիրմայի հաշվով ամսական ապրանքաշրջանառության միջին չափը:

2. Ամսական ապրանքաշրջանառության մոդայական և մեդիանական արժեքը:

Կատարել եզրահանգումներ տվյալ բաշխման բնույթի վերաբերյալ:

4.4. ՀՀ զբաղված բնակչության բաշխումն ըստ տարիքի 2001թ. մարդահամարի արդյունքներով ունի հետևյալ տեսքը.

Տարիքը, տարեկան	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65 և ավելի	Ընդամենը
Տոկոսով զբաղվածների ընդհանուր թվի մեջ	16.2	21.2	28.5	20.1	8.0	6.0	100.0

Որոշել մեդիանան, առաջին և երրորդ քվարտիլները, առաջին և իններորդ դեցիլները: Բացատրել դրանց բովանդակությունը:

4.5. Մարզի գործազուրկների բաշխումն ըստ աշխատանքի ընդհատման տևողության բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Աշխատանքի ընդհատման տևողությունը, ամիսներ	Տոկոսով՝ տղամարկանց (կանանց) ընդհանուր թվի նկատմամբ	
	տղամարդիկ	կանայք
Մինչև 3	27.4	20.4
3 – 6	38.3	47.1
6 – 9	14.6	13.5
9 – 12	10.7	10.4
12 և ավելի	9.0	8.6
Ընդամենը	100.0	100.0

Որոշել աշխատանքի ընդհատման տևողության մեդիանական և քվարտիլային արժեքները, բացատրել դրանց բովանդակությունը և կատարել համեմատական վերլուծություն:

4.6. Քաղաքի բնակչության բաշխումն ըստ մեկ շնչին ընկնող դրամական եկամտի մեծության բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Եկամուտը մեկ շնչի հաշվով, հազ. դրամ	մինչև 5	5-7.5	7.5-10	10-15	15-20	20-30	30-40	40-ից բարձր	Ընդամենը
Բնակչության թիվը	4.5	10.5	14.3	30.1	24.7	30.7	14.9	15.9	145.6

Բնակչության դեցիլային անհավասարության աստիճանը գնահատելու համար որոշել մեկ շնչին ընկնող եկամտի առաջին և իններորդ դեցիլները: Բացատրել դրանց բովանդակությունը:

4.7. Երկու փոստային բաժանմունքներում հեռագրերի բաշխումն ըստ խոսքերի թվի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով:

Հեռագրում բառերի թիվը	Փոստային բաժանմունք (հեռագրերի թիվ)	
	Ա	Բ
13	20	17
14	22	24
15	37	46
16	26	22
17	20	20
18	15	12
20	10	9
Ընդամենը	150	150

Յուրաքանչյուր փոստային բաժանմունքի համար որոշել.

1. Մեկ հեռագրի խոսքերի միջին թիվը:
 2. Միջին գծային շեղումը:
 3. Վարիացիայի գծային գործակիցը:
- Համեմատել հեռագրում խոսքերի թվի վարիացիան:

4.8. Առևտրական ֆիրմայի ավտոմեքենայի վազքի երկարության բաշխումը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Մեկ երթի վազքի երկարությունը, կմ	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80 և ավելի	Ընդամենը
Մեկ ամսում երթերի թիվը	20	25	14	18	8	5	90

Որոշել.

1. Մեկ երթի վազքի միջին երկարությունը:
 2. Միջին քառակուսային շեղումը:
 3. Վարիացիայի գործակիցը:
- Գնահատել համակցության քանակական համասեռությունը:

4.9. Մարզում 2000 և 2003թթ. գործազուրկների թվի բաշխումն ըստ տարիքային խմբերի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Գործազուրկների թիվը, տարեկան	Տոկոսով՝ գործազուրկների ընդհանուր թվի նկատմամբ	
	2000թ.	2003թ.
մինչև 20	7.9	8.6
20 – 24	18.3	17.7
25 – 29	13.3	12.4

30 – 34	12.0	12.0
35 – 39	14.7	13.0
40 – 44	13.0	13.8
45 – 49	10.5	10.7
50 – 54	5.4	6.7
55 – 59	3.1	2.6
60 – 72	1.8	2.5
Ընդամենը	100.0	100.0

Որոշել.

1. Գործազուրկի միջին տարիքը յուրաքանչյուր տարվա համար:
2. Միջին քառակուսային շեղումը:
3. Վարիացիայի գործակիցը:

Համեմատել գործազուրկների տարիքի վարիացիան երկու տարվա համար:

4.10. Ֆերմերային տնտեսությունների բաշխումն ըստ ցանքատարածությունների մեծության բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ցանքատարածություն, հա	մինչև 100	100-200	200-300	300-400	400-500	500 և ավելի	Ընդամենը
Տնտեսությունների տեսակարար կշիռը, %-ով ընդհանուրի նկատմամբ	17	20	28	25	7	3	100

Որոշել ցանքատարածությունների դիսպերսիան օգտագործելով միջին թվաբանականի և դիսպերսիայի հաշվարկման մոմենտների եղանակը:

4.11. Առևտրային բանկերի բաշխումն ըստ ակտիվների չափի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ակտիվների չափը, մլն. դրամ	մինչև 200	200-300	300-400	400-500	500-600	600 և ավելի	Ընդամենը
Բանկերի տեսակար կշիռը, %-ով ընդհանուրի նկատմամբ	8	25	52	7	5	3	100

Որոշել ընդհանուր դիսպերսիան երկու մեթոդով.

- ա) սովորական եղանակով,
- բ) մոմենտների եղանակով:

4.12. Թեթև արդյունաբերության երեք արտադրամասերի աշխատանքի արտադրողականության վերաբերյալ տվյալները բնութագրվում են հետևյալ կերպ.

Արտադրամաս	Միջին ժամային աշխատանքի արտադրողականությունը, մ ²	Խմբում միջին քառակուսային շեղումը
1	29.2	2.4
2	18.22	2.27
3	28.36	3.47

Համեմատել նշված արտադրամասերի աշխատանքի արտադրողականության վարիացիան, կատարել հետևություններ:

4.13. Հասարակական սննդի ձեռնարկությունների ապրանքաշրջանառությունը մեկ աշխատողի հաշվով եռամսյակի համար բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ձեռնարկություն	Ապրանքաշրջանառություն մեկ աշխատողի հաշվով, մլն. դրամ	Խմբում ապրանքաշրջանառության դիսպերսիան
Ճաշարաններ	13	3.3
Սրճարաններ	20	36.0
Ռեստորաններ	26	9.0

Որոշել առանձին ձեռնարկություններում մեկ աշխատողին ընկնող ապրանքաշրջանառության վարիացիայի գործակիցները: Համեմատել ապրանքաշրջանառության վարիացիան հասարակական սննդի նշված ձեռնարկություններում: Կատարել հետևություններ:

4.14. Կամավոր մեծությունից հատկանիշի տարբերակների շեղումների քառակուսիների միջինը հավասար է 150-ի, իսկ կամավոր մեծությունը՝ 40-ի: Որոշել հատկանիշի դիսպերսիան, եթե հայտնի է, որ տարբերակների միջինը հավասար է 40-ի:

4.15. Հատկանիշի դիսպերսիան հավասար է 10-ի, իսկ դրա անհատական արժեքների քառակուսիների միջինը՝ 140-ի: Ինչի՞նչ է հավասար միջինը:

4.16. Համակցության միջին մեծությունը հավասար է 16-ի, իսկ միջին քառակուսային շեղումը՝ 8-ի: Որոշել հատկանիշի անհատական արժեքների քառակուսիների միջինը:

4.17. Հատկանիշի անհատական արժեքների և դրանց միջին մեծության շեղումների քառակուսիների միջինը հավասար է 100-ի, իսկ միջին մեծությունը՝ 15-ի: Որոշել, թե ինչի է հավասար հատկանիշի անհատական արժեքների և 10-ին հավասար մեծության շեղումների քառակուսիների միջինը:

4.18. Հատկանիշի միջին մեծությունը հավասար է 14-ի, իսկ դիսպերսիան՝ 60-ի: Որոշել հատկանիշի տարբերակների և 19 կամավոր մեծության շեղումների քառակուսիների միջինը:

4.19. Կամավոր մեծությունից հատկանիշի տարբերակների շեղումների քառակուսիների միջինը հավասար է 300-ի, իսկ կամավոր մեծությունը հավասար է 70 միավորի: Որոշել հատկանիշի դիսպերսիան, եթե հայտնի է, որ միջին մեծությունը հավասար է 80-ի:

4.20. Կամավոր մեծությունից հատկանիշի տարբերակների շեղումների քառակուսիների միջինը հավասար է 61-ի: Հատկանիշի միջին մեծությունը մեծ է կամավոր մեծությունից 6 միավորով և հավասար է 10-ի: Որոշել վարիացիայի գործակիցը:

4.21. Հայտնի են հետևյալ տվյալները ձեռնարկությունների հաշվեկշռային շահույթի վերաբերյալ երկու եռամսյակների համար.

Եռամսյակ	Ձեռնարկությունների թիվը	Հաշվեկշռային շահույթ, մլն. դրամ
I	3	18.4, 38.8, 72.6
II	4	14.1, 16.3, 48.8, 27.9

Որոշել յուրաքանչյուր եռամսյակի համար.
ա) Ձեռնարկությունների հաշվեկշռային շահույթի միջին ներխմբային, միջխմբային և ընդհանուր դիսպերսիաները:
բ) Դետերմինացիայի գործակիցը և էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը:

Կատարել հետևություններ:

4.22. Ֆինանսական կազմակերպության աշխատողների ընտանիքների բաշխումն ըստ երեխաների թվի բնութագրվում է հետևյալ կերպ.

Ընտանիքում երեխաների թիվը	Աշխատողների ընտանիքների թիվն ըստ ստորաբաժանումների		
	I	II	III
0	4	7	5
1	6	10	13
2	3	3	3
3	2	1	-

Որոշել.
1. Ներխմբային դիսպերսիաները:
2. Ներխմբային դիսպերսիաների միջինը:
3. Միջխմբային դիսպերսիան:
4. Ընդհանուր դիսպերսիան:
5. Էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը:

4.23. Արտահանման համար նախատեսված արտադրանքի արժեքի բաշխումն ըստ ձեռնարկության բացթողնման գների բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Արտադրամաս	Արտադրված ամբողջ արտադրանքը, մլն. դրամ	Այդ թվում՝ արտահանվածի արժեքը, մլն. դրամ
1	150	120
2	200	180
3	400	380
Ընդամենը	750	680

Որոշել.

1. Մասի ներարտադրամասային դիսպերսիան:
2. Ներարտադրամասային դիսպերսիաների միջինը:
3. Միջխմբային դիսպերսիան:
4. Ընդհանուր դիսպերսիան:

Հաշվարկների ճշտությունը ստուգել մասի դիսպերսիաների գումարման կանոնի օգնությամբ:

4.24. Ստորև բերված են տնտեսության կաթնամթերային ֆերմաների տվյալներն ըստ կովերի գլխաքանակի և կթու կովերի թվի 2003թ. հուլիսի 1-ի դրությամբ.

Ֆերմա	Ընդամենը կովեր, գլուխ	Այդ թվում՝ կթու կովեր
1	200	180
2	225	160
3	300	285
Ընդամենը	725	625

Որոշել.

1. Կթու կովերի մասի դիսպերսիան կովերի ընդհանուր գլխաքանակի մեջ ըստ առանձին ֆերմաների:
2. Ներխմբային դիսպերսիաների միջինը:
3. Միջխմբային միջինը:
4. Կթու կովերի մասի ընդհանուր դիսպերսիան ամբողջ ֆերմերային տնտեսության համար:

Ստուգել կատարված հաշվարկների ճշտությունը դիսպերսիաների գումարման կանոնի օգնությամբ:

4.25. Հինարական ֆիրմաների բաշխումն ըստ ներդրումների ծավալի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ներդրումների ծավալը, մլն. դրամ	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	Ընդամենը
Ֆիրմաների թիվը	4	6	32	34	27	10	7	120

Որոշել բաշխման հետևյալ բնութագրիչները.

1. Միջինը:
2. Մոդան:
3. Միջին քառակուսային շեղումը:
4. Վարիացիայի և ասիմետրիայի գործակիցը:

Կատարել հետևություն շինարարական ֆիրմաների բաշխման մասին:

4.26. Քաղաքի ընտանիքների բաշխումն ըստ երեխաների թվի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ընտանիքում երեխաների թիվը	0	1	2	3	4	5	Ընդամենը
Ընտանիքների թիվը %-ով ընդամենի նկատմամբ	10	26	29	17	13	5	100

Որոշել ասիմետրիայի և էքսցեսի գործակիցները՝ օգտագործելով կենտրոնական մոմենտների առաջին չորս կարգերը: Կատարել հետևություն ընտանիքների բաշխման բնույթի մասին:

4.27. Խնդիր 4.3-ի տվյալների հիման վրա որոշել բաշխման հետևյալ բնութագրիչները.

1. Միջինը:
2. Մոդան:
3. Միջին քառակուսային շեղումը:
4. Վարիացիայի և Պիրսոնի ասիմետրիայի գործակիցները:

Կատարել ապրանքաշրջանառության բաշխման բնույթի վերաբերյալ հետևություններ:

4.28. Կազմակերպության աշխատակիցների տնտեսական ակտիվության (աշխատած մարդ-օրերը տարվա ընթացքում) հետազոտության արդյունքում ստացվել են միջին մեծությունները և կենտրոնական մոմենտները բնութագրող հետևյալ տվյալները.

Ցուցանիշներ	Տղամարդկանց համար	Կանանց համար
$\bar{x}$	240	180
μ_2	1200	2300
μ_3	4800	34500
μ_4	3483000	16835000

Օգտագործելով ասիմետրիայի և էքսցեսի ցուցանիշները՝ համեմատել տղամարդկանց և կանանց տնտեսական ակտիվության բաշխման բնույթը: Կատարել հետևություններ:

4.29. Որոշել Պիրսոնի համաձայնության չափանիշը 4.9. խնդրի տվյալներով և ստուգել 2000թ. գործազուրկների թվի էմպիրիկ և տեսական բաշխումների համապատասխանությունը Ռոմանովսկու և Կոլմոգորովի համաձայնության հայտանիշների օգնությամբ:

ԸՆՏՐԱՆՔԱՅԻՆ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄ

5.1. Մեթոդական ցուցումներ և փոխադրանքներ լուծում

Հասկացություն ընտրանքային դիտարկման մասին: Ընտրանքային դիտարկումը ոչ համատարած դիտարկման առավել կատարելագործված և գիտականորեն հիմնավորված եղանակն է, որը ներկայումս ստացել է լայն կիրառություն պետական վիճակագրության, գիտահետազոտական ինստիտուտների և այլնի աշխատանքներում:

Ընտրանքային դիտարկման կիրառումը թույլ է տալիս ավելի լավ կազմակերպել հետազոտությունը, ապահովում է դրա արագ անցկացումը և տեղեկատվության ստացման ու մշակման աշխատանքների և միջոցների տնտեսումը:

Ընտրանքային դիտարկումը պատահականության պայմանների և բավականին մեծ թվով ընտրված միավորների խիստ պահպանման դեպքում ներկայացուցչական է, այսինքն՝ համակցության որոշակի մասի ուսումնասիրության արդյունքներով բավականին մեծ ճշտությամբ կարելի է եզրակացնել ամբողջ համակցության մասին:

Սակայն ընտրանքային դիտարկման արդյունքներով հաշվարկված վիճակագրական ցուցանիշները ճիշտ չեն համընկնի ամբողջ համակցության (գլխավոր համակցություն) համապատասխան ցուցանիշների հետ: Այդ շեղումների մեծությունը կոչվում է *դիտարկման սխալ*, որը ձևավորվում է երկու տիպի սխալներից. գրանցման և ներկայացուցչական:

Գրանցման սխալները բնորոշ են ցանկացած դիտարկմանը (համատարած և ոչ համատարած): Դրանք առաջանում են չափող գործիքների անկատարելության պատճառով, դիտարկողի անբավարար որակավորմամբ, հաշվարկների անճշտությամբ և այլն: Սակայն ընտրանքային դիտարկման ժամանակ դրանք նկատելիորեն քիչ են, քանի որ այդ դեպքում օգտագործվում են ավելի պատրաստված և բարձր որակավորում ունեցող կադրեր:

Ներկայացուցչական սխալները բնորոշ են միայն ընտրանքային դիտարկումներին: Դրանք բնութագրում են ընտրանքային և գլխավոր համակցություններում ստացված ցուցանիշների մեծությունների տարբերության չափը՝ եզակի դիտարկումների միևնույն ճշտության պայմաններում: Ներկայացուցչական սխալները կարող են լինել սխտեմատիկ և պատահական:

Սխտեմատիկ սխալներն առաջանում են միավորների ընտրման սահմանված կանոնների խախտման արդյունքում: Ներկայացուցչության պատահական սխալները պայմանավորված են գլխավոր համակցության առանձին կատեգորիաների միավորների ընտրանքային համակցությունում ոչ բավարար հավասարաչափ ներկայությամբ:

Պատահական սխալի մեծությունը որոշում է ընտրանքային դիտարկման տվյալների վստահելիությունը, դրանց պետքականությունը գլխավոր համակցության մասին դատելու համար: Հավանականությունների տեսության բանաձևերի օգնությամբ կարելի է հաշվարկել առավելագույն հնարավոր պատահական սխալի մեծությունը՝ սխալի հնարավոր (ստոխաստիկ) սահմանը:

Սխալվեճագույն հնարավոր սխալը գլխավոր միջինից (մասից) ընտրանքային միջինի շեղման այն մեծությունն է, որի գերազանցելու հավանականությունը պատահական պատճառների հետևանքով, տվյալ ընտրանքի պայմաններում, չատ փոքր է:

Ներկայացուցչության պատահական սխալի մեծությունը կախված է.

- գլխավոր համակցությունում ուսումնասիրվող հատկանիշի տատանման աստիճանից,
- ընտրանքային համակցության ձևավորման եղանակից,
- ընտրանքի ծավալից:

Ըստ ուսումնասիրվող համակցության *միավորների ընդգրկման աստիճանի* տարբերում են մեծ և փոքր ընտրանք: Ըստ ընտրանքային համակցության *ձևավորման եղանակի* տարբերում են ընտրանքային դիտարկման հետևյալ տեսակները. բուն-պատահական, մեխանիկական, տիպական, սերիական, կոմբինացված, աստիճանային, բազմափուլային:

Ընդունված պայմանական նշանակումներ: Այն միավորների համակցությունը, որոնցից կատարվում է ընտրությունը, ընդունված է անվանել *գլխավոր համակցություն*: Գլխավոր համակցությունից ընտրված միավորների համակցությունը կոչվում է *ընտրանքային համակցություն*:

N - գլխավոր համակցության ծավալը (միավորների թիվը),

n - ընտրանքային համակցության ծավալը,

$\bar{x}$ - գլխավոր միջին (գլխավոր համակցության հատկանիշի միջին արժեքը),

$\bar{x}$ - ընտրանքային միջին,

p - գլխավոր համակցության մաս (գլխավոր համակցությունում տվյալ հատկանիշով օժտված միավորների տեսակարար կշիռը),

w - ընտրանքային համակցության մասը,

σ_x^2 - գլխավոր համակցության դիսպերսիա,

σ_x^2 - ընտրանքային համակցության դիսպերսիա:

Ընտրանքային համակցության միավորների ընտրությունը կարող է լինել կրկնվող և չկրկնվող: *Կրկնվող* ընտրման դեպքում ընտրանքային համակցության մեջ ընդգրկված միավորը ենթարկվում է հետազոտման, այսինքն՝ հաշվառվում են դրա հատկանիշների արժեքները, վերադարձվում գլխավոր համակցություն և մյուս միավորների հետ հավասարապես մասնակցում հետագա ընտրման ընթացակարգին: *Չկրկնվող* ընտրման դեպքում ընտրանքում ընդգրկված միավորը ենթարկվում է հետազոտման և ընտրման հետագա ընթացակարգին չի մասնակցում:

Բունդասահական ընտրանք: Դրա իմաստը կայանում է գլխավոր համակցությունից ամբողջությամբ՝ առանց դրան առանձին միավորների խմբերի, ենթախմբերի և սերիաների բաժանելու, միավորների ընտրության մեջ: Ընդ որում, միավորներն ընտրվում են պատահական կարգով, որոնք կախված չեն ոչ համակցությունում միավորների դասավորությունից, և ոչ էլ դրանց հատկանիշների արժեքներից:

Պատահականության սկզբունքն ապահովող որևէ ալգորիտմի կիրառմամբ կամ պատահական թվերի ադյուսակի հիման վրա ընտրությունը կատարելուց հետո, որոշվում են գլխավոր բնութագրիչների սահմանները: Դրա համար հաշվարկվում են ընտրանքի միջին և սահմանային սխալները:

Պ.Լ. Չեբիշևի թեորեմն պահանջում է պատահական կրկնվող ընտրանքի տվյալների հիման վրա գլխավոր համակցության միջինի որոշման սկզբունքային հնարավորության մասին: Չեբիշևի թեորեմն լրացվում է Ա.Մ. Լյապունովի թեորեմայով, որը թույլ է տալիս հաշվարկել ընտրանքային միջինի առավելագույն (սահմանային) սխալը՝ տվյալ մեծ թվով դիտարկումների դեպքում: Համաձայն այդ թեորեմայի՝ մեծ թվով անկախ դիտարկումների ժամանակ գլխավոր համակցությունում վերջավոր միջինի և սահմանափակ դիսպերսիայի դեպքում, այն բանի հավանականությունը, որ գլխավոր և ընտրանքային միջինների միջև շեղումն ($\bar{x} - \bar{x}$) ըստ բացարձակ մեծության չի գերազանցի որոշակի t_α մեծությունը, հավասար է **Լապլասի ինտեգրալին**: Այն կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ.

$$P(|\bar{x} - \bar{x}| \leq t_\alpha) = \Phi(t),$$

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

որտեղ՝ $\Phi(t)$ -ն Լապլասի ինտեգրալն է (Լապլասի նորմավորված ֆունկցիա):

t_α մեծությունը նշանակվում է Δ -ով և կոչվում է **ընտրանքի սահմանային սխալ**: Հետևաբար՝

$$\Delta_{\bar{x}} = t_\alpha \cdot \mu_{\bar{x}}, \quad \Delta_w = t_\alpha \cdot \mu_w,$$

որտեղ՝ Δ_x - միջինի սահմանային սխալն է (առավելագույն հնարավոր),

Սիջին սխալի մեծությունը մեծ ընտրանքի պայմաններում ($n > 30$) հաշվարկվում է հավանականությունների տեսության հայտնի բանաձևերով. ա) պատահական կրկնվող ընտրանքի դեպքում՝

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \quad \mu_w = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}},$$

բ) պատահական չկրկնվող ընտրանքի դեպքում՝

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad \mu_w = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}:$$

Սխալների հաշվարկման ժամանակ էական դժվարություններ են առաջանում, քանի որ գլխավոր համակցության σ և p մեծությունները հայտնի չեն: Մեծ ընտրանքի պայմաններում այդ մեծությունները փոխարինվում են ընտրանքի տվյալների հիման վրա հաշվարկված $\sigma_{\bar{x}}$ (ընտրանքի դիսպերսիա) և w (ընտրանքի մաս) մեծություններով: Մաթեմատիկական վիճակագրության մեջ գլխավոր և ընտրանքային դիսպերսիաների հարաբերակցությունը բնութագրվում է հետևյալ կերպ.

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_x^2 \cdot \frac{n}{n-1}:$$

Սահմանային սխալի բանաձևերը թույլ են տալիս լուծել երեք տեսակի խնդիր.

1. **Գլխավոր բնութագրիչների սահմանների որոշում**՝ վստահելիության տրված աստիճանով (վստահելի հավանականությամբ), ընտրանքային դիտարկման տվյալների հիման վրա ստացված ցուցանիշներով:

Գլխավոր միջինի վստահելի միջակայքերը որոշում են հետևյալ կերպ.

$$\bar{x} = \bar{x} \pm \Delta_{\bar{x}},$$

այսպիսով կարելի է պնդել, որ տրված հավանականության դեպքում գլխավոր միջինը գտնվում է հետևյալ սահմաններում.

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}:$$

Գլխավոր մասի վստահելի միջակայքերը՝

$$p = w \pm \Delta_w,$$

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w:$$

Գլխավոր մասի սահմանները որոշելիս ընտրանքի միջին սխալի հաշվարկման ժամանակ կիրառվում է երկընտրանքային հատկանիշի դիսպերսիան, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_w^2 = w \cdot (1 - w),$$

որտեղ w –ն ընտրանքային մասն է, այսինքն՝ ուսումնասիրվող հատկանիշի որոշակի տարբերակով կամ տարբերակներով օժտված միավորների մասը:

2. Այն բանի վստահելի հավանականության որոշում, որ գլխավոր բնութագիրը կարող է տարբերվել ընտրանքայինից ոչ ավելի, քան որոշակի տրված մեծությունից:

Վստահելի հավանականությունը հանդիսանում է t ֆունկցիան L որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$t = \frac{\Delta_{\bar{x}}}{\mu_{\bar{x}}},$$

t մեծությունով որոշվում է վստահելի հավանականությունը (հավելված 3):

3. Ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալի որոշում, որը գործնական հավանականությամբ ապահովում է ընտրանքի տրված ճշտությունը:

Ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը հաշվարկելու համար հարկավոր է ունենալ հետևյալ տվյալները. ա) վստահելի հավանականության չափը (P), բ) t գործակիցը, որը կախված է ընդունած հավանականությունից, գ) գլխավոր համակցության σ^2 (կամ ρq) մեծությունը, որը փոխարինվում է նախորդ կամ փորձնական հետազոտություններում ստացված մեծություններով, դ) առավելագույն հնարավոր սխալի մեծությունը ($\Delta_{\bar{x}}$ կամ Δ_w), ե) գլխավոր համակցության ծավալը:

Բուն-պատահական կրկնվող ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\text{միջինի համար} \quad n = \frac{t^2 \sigma_{\bar{x}}^2}{\Delta_{\bar{x}}^2},$$

$$\text{մասի համար} \quad n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}.$$

Եթե ընտրանքը չկրկնվող է, ապա բանաձևերն ընդունում են հետևյալ տեսքը.

$$\text{միջինի համար} \quad n = \frac{t^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2 \cdot N}{t^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2 + N \cdot \Delta_{\bar{x}}^2},$$

$$\text{մասի համար} \quad n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{t^2 \cdot w \cdot (1-w) + N \cdot \Delta_w^2}.$$

Տվյալ բանաձևերի հիման վրա ստացված արդյունքը միշտ կկորացվում է մեծ կողմը՝ մինչև ամբողջ արժեքը:

Առանձին խնդիրներ լուծելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել, որ երկրորդանքային հատկանիշի անհայտ դիսպերսիայի դեպքում կարելի է օգտագործել 0.25-ին հավասար դրա առավելագույն մեծությունը:

Օրինակ: Բուն-պատահական կրկնվող ընտրանքի հիման վրա իրականացված չգբաղված բնակչության հետազոտման արդյունքում ստացվել է բաշխման հետևյալ շարքը.

Աղյուսակ 5.1

Չգբաղված բնակչության ընտրանքային հետազոտության արդյունքները

Տարիք, տարեկան	Մինչև 25	25-35	35-45	45-55	55 և ավելի
Տվյալ տարիքի անձանց թիվը	15	37	71	45	22

0.954 հավանականությամբ որոշել.

ա) չգբաղված բնակչության միջին տարիքի հնարավոր սահմանները,

բ) չգբաղված բնակչության ընդհանուր թվաքանակի մեջ մինչև 25 տարեկան անձանց մասի (տեսակարար կշռի) հնարավոր սահմանները:

Լուծում.

Ընտրանքի միջին սխալը որոշելու համար անհրաժեշտ է հաշվարկել ուսումնասիրվող հատկանիշի ընտրանքային միջին մեծությունը և դիսպերսիան (աղյուսակ 5.2):

Աղյուսակ 5.2

Չգբաղված բնակչության միջին տարիքի և դիսպերսիայի հաշվարկը

Տարիք, տարեկան	Տվյալ տարիքի անձանց թիվը f	Միջակայքի մեջտեղը x	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
Մինչև 25	15	20	300	6000
25 – 35	37	30	1110	33300
35 – 45	71	40	2840	113600
45 – 55	45	50	2250	112500
55 և ավելի	22	60	1320	79200
Ընդամենը	190	-	7820	344600

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{7820}{190} = 41.2,$$

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{344600}{190} - 41.2^2 = 116.24,$$

$$\sigma = \sqrt{116.24} = 10.8:$$

Ընտրանքի միջին սխալը կկազմի՝

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{10.8}{\sqrt{190}} = 0.8 \text{ տարի:}$$

0.954 հավանականությամբ ($t=2$) որոշենք ընտրանքի սահմանային սխալը.

$$\Delta_{\bar{x}} = 2 \cdot 0.8 = 1.6 \text{ տարի:}$$

Որոշենք գլխավոր միջինի հնարավոր սահմանները.

$$41.2 - 1.6 \leq \bar{x} \leq 41.2 + 0.8$$

$$\text{կամ } 39.6 \leq \bar{x} \leq 42.8:$$

Այսպիսով, ընտրանքային հետազոտության հիման վրա 0.954 հավանականությամբ կարելի է պնդել, որ չգբաղված բնակչության միջին տարիքն ընկած է 40-ից մինչև 43 տարեկան սահմաններում:

$$w = \frac{15}{190} = 0.079, \quad \sigma_w^2 = w \cdot (1 - w) = 0.079 \cdot 0.921 = 0.073,$$

$$\mu_w = \sqrt{\frac{0.073}{190}} = 0.02, \quad \Delta_w = 2 \cdot 0.02 = 0.04:$$

Որոշենք գլխավոր մասի սահմանները.

$$0.079 - 0.04 \leq p \leq 0.079 + 0.04$$

$$\text{կամ } 0.039 \leq p \leq 0.119:$$

Հետևաբար, 0.954 հավանականությամբ կարելի է պնդել, որ մինչև 25 տարեկան անձանց մասը չգբաղված բնակչության ընդհանուր թվաքանակի մեջ գտնվում է 3.9-ից մինչև 11.9%-ը:

Օրինակ: Որոշել, թե շրջանի դպրոցների առաջին դասարանի քանի աշակերտ է անհրաժեշտ ընտրել բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի կարգով, որպեսզի 0.997 հավանականությամբ առաջին դասարան-ների միջին աճի սահմանները գնահատելու դեպքում սահմանային սխալը չգերազանցի 2 սմ: Հայտնի է, որ շրջանի դպրոցների առաջին դասարաններում սովորում է 1100 աշակերտ, իսկ մեկ այլ շրջանում նմանատիպ հետազոտության արդյունքներով աճի դիսպերսիան կազմել է 24:

Լուծում.

Ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը 0.997 հավանականության դեպքում կկազմի՝

$$n = \frac{3^2 \cdot 24 \cdot 1100}{3^2 \cdot 24 + 2^2 \cdot 1100} = 51.5 \approx 52:$$

Այսպիսով, տրված ճշտությամբ առաջին դասարանիների միջին աճի վերաբերյալ տվյալների ստացման համար անհրաժեշտ է հետազոտել 52 աշակերտ:

Երբեմն գործնականում տրվում է ոչ թե ընտրանքի սահմանային սխալի բացարձակ մեծությունը, այլ դրա հարաբերական մեծությունը՝

ընտրանքի սահմանային սխալի հարաբերությունը հատկանիշի միջին արժեքի նկատմամբ, արտահայտված տոկոսով: Այդ մեծությունը կոչվում է ընտրանքի *հարաբերական սխալ*.

$$\Delta_{\text{հարաբ.}} = \frac{\Delta_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\%:$$

Հարաբերական սխալի տրված մակարդակի դեպքում ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալի հաշվարկն իրականացվում է հետևյալ բանաձևերով.

$$\text{կրկնվող ընտրություն: } n = \frac{t^2 \cdot v^2}{\Delta_{\text{հարաբ.}}^2},$$

$$\text{չկրկնվող ընտրություն: } n = \frac{t^2 \cdot v^2 \cdot N}{t^2 \cdot v^2 + N \cdot \Delta_{\text{հարաբ.}}^2}:$$

որտեղ՝ v - վարիացիայի գործակիցն է.

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%:$$

Օրինակ: Զաղաքում գրանցված է 30 հազար գործազուրկ: Գործազրկության միջին տևողությունը որոշելու նպատակով կազմակերպվում է ընտրանքային դիտարկում: Նախորդ տարիների տվյալներից հայտնի է, որ գործազրկության տևողության վարիացիայի գործակիցը կազմել է 40%: Որքան գործազուրկ է անհրաժեշտ ընդգրկել ընտրանքային հետազոտության մեջ, որպեսզի 0.997 հավանականությամբ հնարավոր լինի պնդել, որ ընտրանքի սահմանային սխալը չի գերազանցի գործազրկության միջին տևողության 5%-ը:

Լուծում.

Ընտրանքի ծավալի հաշվարկն իրականացվում է չկրկնվող ընտրման բանաձևով.

$$n = \frac{3^2 \cdot 0.4^2 \cdot 30000}{3^2 \cdot 0.4^2 + 0.05^2 \cdot 30000} = 565.15 \approx 566 \text{ մարդ:}$$

Այսպիսով, 0.997 հավանականությամբ պնդելու համար, որ ընտրանքի ստացված սխալը չի գերազանցի գործազրկության միջին տևողության 5%-ը, անհրաժեշտ է ընտրանքային դիտարկմամբ ընդգրկել 566 գործազուրկ:

Մեխանիկական ընտրում: Տվյալ ընտրանքը հիմնված է գլխավոր համակցության միավորների ընդհանուր ցուցակից, ընտրման սահմանված տոկոսին համապատասխան, հավասար միջակայքերով միավորների ընտրման վրա: Մեխանիկական ընտրանքի միջին սխալի, ինչպես

նաև դրա անհրաժեշտ ծավալի որոշմանն ուղղված խնդիրների լուծման համար հարկավոր է կիրառել բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի վերոնշյալ բանաձևերը:

Տիպական ընտրանք: Այդ ընտրանքը կիրառվում է այն դեպքերում, երբ գլխավոր համակցության միավորները միավորված են մի քանի խոշոր խմբերում: Այդ խմբերի ներսում ընտրանքի միավորների ընտրումը կարող է իրականացվել դրանց ծավալներին համամասնորեն կամ անհամամասնորեն՝ բուն-պատահական կամ մեխանիկական ընտրման կարգով¹:

Տիպական համամասնական ընտրանքի միջին սխալը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

$$\text{կրկնվող ընտրություն} \quad \mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}},$$

$$\text{չկրկնվող ընտրություն} \quad \mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

որտեղ՝ σ_i^2 -ն ներխմբային դիսպերսիաների միջինն է:

Տիպական անհամամասնական ընտրանքի միջին սխալը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

$$\text{կրկնվող ընտրություն} \quad \mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}},$$

որտեղ՝ σ_i^2 -ն հատկանիշի դիսպերսիան է i-րդ խմբում,

N_i -ն գլխավոր համակցության ծավալը i-րդ խմբում,

n_i -ն ընտրանքի ծավալը i-րդ խմբում:

$$\text{չկրկնվող ընտրություն} \quad \mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i} \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)}:$$

Օրինակ: Բնակչության եկամուտների ուսումնասիրության նպատակով ձևավորվել է մարզի երեք շրջանների բնակչության թվաքանակին համամասնորեն 2%-ոց ընտրանք: Ստացված արդյունքները ներկայացված են աղյուսակ 5.3-ում:

Աղյուսակ 5.3
Բնակչության եկամուտների ընտրանքային հետազոտության արդյունքները

Շրջան	Բնակչության թվաքանակը, մարդ	Չեռազու- վել է, մարդ	Եկամուտը մեկ մարդու հաշվով	
			միջին, հազ. դրամ	դիսպերսիա
I	120000	2400	29	130
II	170000	3400	25	110
III	90000	1800	27	160

0.997 հավանականությամբ որոշել բնակչության մեկ շնչին ընկնող միջին եկամուտների սահմանները ամբողջ մարզի կտրվածքով:

Լուծում.

Չաշվարկենք ներխմբային դիսպերսիաների միջինը.

$$\sigma^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{130 \cdot 2400 + 110 \cdot 3400 + 160 \cdot 1800}{2400 + 3400 + 1800} = 128:$$

Որոշենք ընտրանքի միջին և սահմանային սխալները.

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{128}{7600} \cdot (1 - 0.02)} = 0.13,$$

$$\Delta_{\bar{x}} = 3 \cdot 0.13 = 0.39 \approx 0.4:$$

Չաշվարկենք ընտրանքային միջինը.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{29 \cdot 2400 + 25 \cdot 3400 + 27 \cdot 1800}{2400 + 3400 + 1800} = 26.7 \text{ հազ. դրամ:}$$

Կատարված հաշվարկների արդյունքներով 0.997 հավանականությամբ կարելի է պնդել, որ մարզի բնակչության միջին եկամուտները մեկ շնչի հաշվով գտնվում են հետևյալ սահմաններում (հազ. դրամ).

$$26.7 - 0.4 \leq \bar{x} \leq 26.7 + 0.4:$$

Տիպական համամասնական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալի որոշման համար հաշվի է առնվում ներխմբային դիսպերսիաների միջինը.

$$\text{կրկնվող ընտրանք} \quad n = \frac{t^2 \sigma_{\bar{x}}^2}{\Delta_{\bar{x}}^2},$$

$$\text{չկրկնվող ընտրանք} \quad n = \frac{t^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2 \cdot N}{t^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2 + \Delta_{\bar{x}}^2 \cdot N}:$$

¹ Անհրաժեշտ տեղեկատվության առկայության դեպքում ընտրումը կարող է իրականացվել նաև խմբերում ուսումնասիրվող հատկանիշի տատանմանը համամասնորեն:

Ընտրանքի ընդհանուր ծավալի ստացված արժեքը հարկավոր է բաշխել տիպական խմբերի՝ ըստ դրանց թվին համամասնորեն, որպեսզի որոշվի, թե յուրաքանչյուր խմբից որքան միավոր է անհրաժեշտ վերցնել:

$$n_i = n \cdot \frac{N_i}{N},$$

որտեղ՝ N_i -ն գլխավոր համակցության i -րդ խմբի ծավալն է,

n_i -ն i -րդ խմբի ընտրանքի ծավալը:

Սերիական ընտրանք: Այդ ընտրանքը կիրառվում է այն դեպքերում, երբ ուսումնասիրվող համակցության միավորները միավորված են ոչ մեծ հավասարաչափ խմբերում կամ սերիաներում: Այդ դեպքում ընտրման միավոր է հանդիսանում սերիան: Սերիաներն ընտրվում են բուն-պատահական կամ մեխանիկական ընտրման կարգով, իսկ ընտրված սերիաների ներսում հետազոտվում են բոլոր, առանց բացառության, միավորները: Սերիական ընտրանքի միջին սխալի հաշվարկման հիմքում ընկած է միջխմբային դիսպերսիան:

կրկնվող ընտրություն՝ $\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}},$

չկրկնվող ընտրություն՝ $\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)},$

որտեղ՝ δ^2 -ն միջխմբային (միջսերիական) դիսպերսիան է,

r -ն ընտրանքային սերիաների թիվը,

R -ը սերիաների թիվը գլխավոր համակցությունում:

Միջխմբային դիսպերսիան հավասարաչափ խմբերի դեպքում հաշվարկվում է հետևյալ կերպ.

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \bar{x})^2}{r},$$

որտեղ՝ $\tilde{x}_i$ -ն i -րդ սերիայի միջինն է,

$\bar{x}$ -ն ամբողջ ընտրանքային համակցության ընդհանուր միջինը:

Օրինակ: Պատրաստի արտադրանքի համախումբը փաթեթավորված է 50 արկղում, յուրաքանչյուրում 20-ական դետալ: Արտադրանքի որակն ստուգելու նպատակով կատարվել է 10%-ոց սերիական չկրկնվող ընտրանք: Նորմայից՝ ընտրանքում ընդգրկված արկղների դետալի պարամետրերի միջին շեղումը համապատասխանաբար կազմել է 9 մմ, 11, 12, 8 և 14 մմ: 0.954 հավանականությամբ որոշել ամբողջ համախմբի պարամետրերի միջին շեղումը:

Լուծում.

Հաշվարկենք ընտրանքային միջինը.

$$\bar{x} = \frac{9+11+12+8+14}{5} = 10.8 \text{ մմ:}$$

Որոշենք միջխմբային դիսպերսիաների միջինը.

$$\delta^2 = \frac{(9-10.8)^2 + (11-10.8)^2 + (12-10.8)^2 + (8-10.8)^2 + (14-10.8)^2}{5} = 4.56$$

Հաշվի առնելով սահմանված հավանականությունը, ընտրանքի սահմանային սխալը կկազմի՝

$$\Delta_{\bar{x}}^2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{4.56}{5} \cdot \left(1 - \frac{5}{50}\right)} = 1.8 \text{ մմ:}$$

Կատարած հաշվարկները թույլ են տալիս եզրակացնել, որ նորմայից բոլոր դետալների պարամետրերի միջին շեղումը գտնվում է հետևյալ սահմաններում.

$$10.8 - 1.8 \leq \bar{x} \leq 10.8 + 1.8:$$

Սերիական ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալի որոշման համար օգտագործվում են հետևյալ բանաձևերը.

կրկնվող ընտրություն՝ $r = \frac{t^2 \delta_x^2}{\Delta_{\bar{x}}^2},$

չկրկնվող ընտրություն՝ $r = \frac{t^2 \cdot \delta_x^2 \cdot R}{t^2 \cdot \delta_x^2 + \Delta_{\bar{x}}^2 \cdot R}:$

5.2. ԽՆԴԻՐՆԵՐ և ՎԱՐԺՈՒՅՈՒՆՆԵՐ

5.1. Սուպերմարկետի գնորդների ընտրանքային հետազոտության արդյունքում (բուն պատահական կրկնվող ընտրանք)՝ ըստ կատարված գնումների չափի, ստացվել է հետևյալ բաշխումը.

Գնման արժեքը, դրամ	Մինչև 1000	1000-2000	2000-3000	3000 և ավելի
Գնորդների թիվը	17	58	89	43

0.997 հավանականությամբ որոշել.

ա) Գնման միջին չափի հնարավոր սահմանները,

բ) մինչև 1000 դրամ գումարով գնումների տեսակարար կշռի հնարավոր սահմանները:

5.2. Պլանավորվում է մարզի բնակչության բուն պատահական 25%-ոց ընտրանքային հետազոտություն: Որոշել, թե այդ ընտրանքի սխալը չկրկնվող ընտրման դեպքում քանի տոկոսով փոքր կլինի կրկնվող ընտրման սխալից:

5.3. Քաղաքի տնային տնտեսությունների չափերի 5%-ոց ընտրանքային հետազոտությունը (բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանք) թույլ է տվել ստանալ հետևյալ տվյալները.

Տնային տնտեսության չափը, մարդ	1	2	3	4	5	6	7
Տնային տնտեսությունների թիվը	35	94	167	53	12	4	1

0.954 հավանականությամբ որոշել քաղաքի՝

ա) տնային տնտեսության միջին չափի հնարավոր սահմանները,

բ) բնակչության ընդհանուր թվաքանակի հնարավոր սահմանները:

5.4. Պատրաստի արտադրանքի խմբաքանակից՝ տեխնոլոգիական պահանջներին դրա համապատասխանությունն ստուգելու նպատակով, անցկացվել է 10%-ոց բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանք, որը հանգեցրել է հետևյալ արդյունքների.

Արտադրանքի քաշը, գ	46	47	48	49	50	51	52
Արտադրանքի քանակը, հատ	46	123	158	97	36	18	12

Արդյոք կարելի՞ է ընդունել ամբողջ խմբաքանակը՝ պայմանով, որ 51 գ և ավելի քաշով արտադրանքի մասը 0.997 հավանականությամբ չպետք է գերազանցի 8%-ը:

5.5. 3%-ոց ընտրանքային հետազոտության (բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանք) հիման վրա ստացվել են հետևյալ տվյալները քա-

ղաքի բնակչության բնակկոմունալ ծառայությունների վճարների չափերի վերաբերյալ.

Բնակկոմունալ ծառայությունների վճարների չափը, հազ. դրամ	Մինչև 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 - 10	10 և ավելի
Տնային տնտեսությունների թիվը	93	190	555	335	84	18

Ի՞նչ հավանականությամբ կարելի է պնդել, որ բնակկոմունալ ծառայությունների դիմաց 8 հազ. դրամ և ավելի վճարող տնային տնտեսությունների տեսակարար կշիռն ամբողջ քաղաքի կտրվածքով չի գերազանցի 9.5%-ը:

5.6. Ուսանողների գիտելիքների ընտրանքային ստուգման նպատակով՝ բուն-պատահական չկրկնվող ընտրման կարգով, ընտրվել և թեստավորվել է 156 մարդ, ինչը կազմել է բուհի ուսանողների ընդհանուր թվաքանակի 5%-ը: Թեստավորման ժամանակ 5 ուսանող ցուցադրել են անբավարար արդյունքներ: Արդյոք կարելի՞ է 0.954 հավանականությամբ պնդել, որ անբավարար գիտելիքներով ուսանողների մասը ամբողջ բուհի կտրվածքով չի գերազանցի 7%-ը:

5.7. Սուպերմարկետի որքան գնորդ է հարկավոր ընդգրկել ընտրանքային դիտարկման գործընթացում, որպեսզի 0.997 հավանականությամբ հնարավոր լինի որոշել գնման միջին չափի սահմանները՝ 150 դրամ սահմանային սխալով: Գնումների վարիացիայի չափերի մասին տվյալներն ստանալու համար օգտվել 5.1. խնդրի տվյալներից:

5.8. Մարզի բնակչության ընտրանքային հետազոտության արդյունքում պարզվել է, որ մեկ շնչին ընկնող ամսական եկամուտները 0.997 հավանականությամբ գտնվում են 23800-ից մինչև 26200 դրամի սահմաններում: Որոշել մեկ շնչին ընկնող եկամուտների սահմանները 0.954 հավանականությամբ:

5.9. Ինչպե՞ս կփոխվի բուն-պատահական կրկնվող ընտրանքի ծավալը, եթե հավանականության մակարդակն ավելացվի 0.683-ից մինչև 0.954-ը, 0.954-ից մինչև 0.997-ը:

5.10. Որոշել, թե ավտոսերվիսի քանի հաճախորդ է հարկավոր հարցնել (բուն-պատահական ընտրանքի կարգով), որպեսզի որոշվի այն անձանց մասը, որոնք բավարարված չեն ծառայության մատուցման որակից: Ընդ որում սահմանային սխալը 0.683 հավանականությամբ չպետք է գերազանցի 2.5%-ը: Համանման հետազոտություններից հայտնի է, որ տվյալ երկրնտրանքային հատկանիշի (ծառայության որակով բավարարվածությունը) դիսպերսիան չի գերազանցում 0.21-ը:

5.11. Որոշել, թե քանի՞ հեռախոսագանգ է հարկավոր հետազոտել բջջային կապի օպերատորին բուն պատահական ընտրանքի կարգով,

որպեսզի 0.954 հավանականությամբ սահմանվի 10 րոպեից ավելի տևողությամբ խոսակցությունների մասը: Սահմանային սխալի թույլատրելի մեծությունը է 3%:

5.12. Որոշել, թե քանի ընտանիք է հարկավոր ընդգրկել բուն-պատահական ընտրանքի մեջ՝ երեխա չունեցող ընտանիքների մասը 0.954 հավանականությամբ և 2% սահմանային սխալով որոշելու համար: Հայտնի է, որ մարզում բնակվում են 600 հազ. ընտանիք, իսկ ուսումնասիրվող հատկանիշի դիսպերսիան անցկացրած նախորդ հետազոտություններում չէր գերազանցում 0.19-ը:

5.13. Պլանավորվում է անցկացնել բնակչության բժշկական ծառայությունների և դեղամիջոցների վրա միջին ծախսերը որոշելու նպատակով հետազոտություն: Որոշել բուն-պատահական չկրկնվող ընտրանքի անհրաժեշտ ծավալը, որպեսզի արդյունքները 0.954 հավանականությամբ ստացվեն ± 10 դրամական միավոր ճշտությամբ: Հայտնի է, որ մարզում բնակվում են 73 հազ. մարդ, իսկ փորձնական հետազոտությունը ցույց է տվել, որ այդ նպատակներով բնակչության ծախսերի միջին քառակուսային շեղումը կազմել է 38 դրամական միավոր:

5.14. Մարզի դպրոցների յուրաքանչյուր հինգերորդ աշակերտի հարցման արդյունքում պարզվել է, որ պարապմունքների պատրաստման համար ամենօրյա ծախսված միջին ժամանակը կազմում է 86 րոպե, իսկ վարիացիայի գործակիցը՝ 29.4%: Ընդ որում, ընտրանքային համակցությունը կազմել է 128 մարդ: Որոշեք 0.997 հավանականությամբ պարապմունքների պատրաստման ժամանակի միջին ծախսերի հնարավոր սահմանները մարզի բոլոր չորսնամարտների համար:

5.15. Որոշել, թե որքան պետք է լինի ընտրման միջակայքը մեխանիկական ընտրանքի կազմակերպման ժամանակ, որպեսզի ընտրման տոկոսը կազմի 20%, 5%, 2.5% և 2%:

5.16. Մարզի փոքր ձեռնարկությունների յուրաքանչյուր քառասուներորդի փորձնական ընտրանքային հետազոտությունը հանգեցրել է հետևյալ արդյունքների.

Աշխատողների թիվը, մարդ	Մինչև 5	6-10	11 - 15	16 և ավելի
Ձեռնարկությունների թիվը	36	18	7	2

Որոշել, թե որքան պետք է լինի ընտրման միջակայքը մեխանիկական ընտրանքի ժամանակ, որպեսզի փոքր ձեռնարկություններում զբաղվածների միջին թիվը (0.997 հավանականությամբ) ստացվի ± 1 մարդ ճշտությամբ:

5.17. Մարզի բնակչության տրանսպորտային ծառայությունների վրա կատարված միջին ծախսերը որոշելու նպատակով անցկացվել է

1%-ոց տիպական, խմբերի ծավալներին համամասնական, չկրկնվող ընտրանք: Քաղաքում միջին ամսական ծախսերը մեկ մարդու հաշվով կազմել են 240 պայմանական միավոր, իսկ դիսպերսիան՝ 1849 միավոր, ընդ որում հետազոտվել է 1900 մարդ, իսկ գյուղական բնակավայրում. միջինը՝ 90 միավոր, դիսպերսիան՝ 1369, հետազոտվել է 1100 մարդ: Որոշել մարզի բնակիչների տրանսպորտային ծառայությունների վրա կատարված միջին ամսական ծախսերի հնարավոր սահմանները 0.997 հավանականությամբ:

5.18. Թողարկված արտադրանքի որակի 10%-ոց ստուգումը ցույց է տվել, որ 1 արտադրամասում 300 հետազոտված նմուշից 4%-ը խոտան է, 2 արտադրամասում 380 նմուշից խոտանը կազմել է 3%: Որոշել խոտանի մասի հնարավոր սահմանները 0.997 հավանականությամբ ձեռնարկության թողարկած ամբողջ արտադրանքի մեջ:

5.19. Մեկ մարդուց բաղկացած տնային տնտեսությունների բյուջեների ուսումնասիրության նպատակով անցկացվել է 2%-ոց տիպական չկրկնվող ընտրանք: Հետազոտության արդյունքներով տղամարկանց միջին ամսական ծախսերը կազմել են 2300 պայմանական միավոր (հետազոտվել է 1510 մարդ), իսկ կանանց ծախսերը՝ 1900 միավոր (հետազոտվել է 1670 մարդ): Տնային տնտեսությունների տվյալ կատեգորիայի միջին ամսական ծախսերի ընդհանուր դիսպերսիան գնահատվում է 55000: Որոշել ամբողջ մարզի հաշվով մեկ մարդուց բաղկացած տնային տնտեսությունների միջին ամսական ծախսերի հնարավոր սահմանները 0.997 հավանականությամբ:

5.20. Որոշել, թե քանի տղամարդ և քանի կին է հարկավոր ենթարկել չկրկնվող ընտրանքային հետազոտության, որպեսզի միջին ամսական ծախսերի սահմանային սխալը (0.954 հավանականությամբ) չգերազանցի 10 պայմանական միավորը: Ուսումնասիրվող հատկանիշի վարիացիայի և տիպական խմբերի ծավալների մասին տեղեկատվությունը վերցնել 8.19. խնդրի լուծման արդյունքներից:

5.21. Կաթի գներն ուսումնասիրելու նպատակով մարզի առևտրական ձեռնարկությունները ենթարկվել են 2%-ոց ընտրանքային հետազոտության, որի արդյունքները ներկայացված են հետևյալ աղյուսակի տեսքով.

Մեկ լիտր կաթի գինը, պայմանական միավոր	Բնակավայրերում առևտրական ձեռնարկությունների թիվը	
	քաղաքային	գյուղական
Մինչև 20	9	29
20 – 22	16	34
22 – 24	37	8
24 և ավելի	18	-

Որոշել տվյալ մարզում վաճառվող կաթի մեկ լիտրի միջին գնի հնարավոր սահմանները 0.997 հավանականությամբ:

5.22. Առևտրի փոքր ձեռնարկություններում շահույթի ուսումնասիրության նպատակով պլանավորվում է անցկացնել ընտրանքային հետազոտություն խմբերի ծավալներին համամասնորեն: Նախկինում անցկացված հետազոտությունների արդյունքներից հայտնի է, որ մեծածախ առևտրում մասնագիտացող փոքր ձեռնարկությունների տարեկան շահույթի դիսպերսիան կազմում է 37 մլն. դրամ, մանրածախ առևտրում՝ 25 մլն. դրամ: Որոշել, թե յուրաքանչյուր տիպական խմբից ընտրանքի ծավալը որքան պետք է լինի, որպեսզի 0.954 հավանականությամբ ստացվող արդյունքների սահմանային սխալը չգերազանցի 0.7 մլն. դրամը, հաշվի առնելով այն, որ տվյալ մարզում գրանցված է մեծածախ առևտրի 450 փոքր ձեռնարկություն, իսկ մանրածախ առևտրի՝ 1380 ձեռնարկություն:

5.23. Հաշմանդամների համար աշխատատեղեր կազմակերպող ձեռնարկությունների տեսակարար կշիռն ուսումնասիրելու նպատակով պլանավորվում է անցկացնել ընտրանքային հետազոտություն՝ ընդգծելով ըստ սեփականության ձևի երկու խումբ.

ա) պետական և մունիցիպալ (գրանցված է 810 ձեռնարկություն),

բ) ոչ պետական (գրանցված է 2130 ձեռնարկություն):

Որքան ձեռնարկություն է հարկավոր ընդգրկել յուրաքանչյուր խմբից չկրկնվող ընտրանքի կարգով, որպեսզի որոշվի հաշմանդամների աշխատանքն օգտագործող ձեռնարկությունների միջին տեսակարար կշիռը՝ 0.954 հավանականությամբ և 4% սահմանային սխալի դեպքում:

5.24. Ագրոֆիրմայի յուրանցյուր ութերորդ ջերմոցի լուլիկի բերքահավաքը թույլ է տվել բերքատվության մասին ստանալ հետևյալ նախնական տվյալները.

Ջերմոցի համարը	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Բերքատվությունը, կգ 1 մ ² հաշվով	9.2	8.2	8.7	8.1	8.0	9.0	8.5	9.3	8.6	8.4

0.997 հավանականությամբ որոշել.

ա) լուլիկի միջին բերքատվությունը ամբողջ ագրոֆիրմայի համար,

բ) համախառն բերքը՝ հաշվի առնելով, որ յուրաքանչյուր ջերմոցի մակերեսը կազմում է 200 քառ. մետր:

5.25. Հանքային ջրի գնման ենթադրվող ապրանքային խմբաքանակից, ստանդարտի պահանջներին համատասխանությունը ստուգելու նպատակով, բուն-պատահական ընտրման եղանակով ընտրվել են 12 արկղ (յուրաքանչյուրում 20 շիշ), ինչը կազմել է դրանց ընդհանուր

թվաքանակի 2%-ը: Շշերի լցվածության ստուգումը տվել է հետևյալ արդյունքները.

Արկղի համարը	Շշում լցված միջին ծավալը, մլ	Արկղի համարը	Շշում լցված միջին ծավալը, մլ
1	485	7	515
2	490	8	480
3	510	9	495
4	500	10	500
5	495	11	505
6	505	12	520

Արդյոք կարելի՞ է գնել ամբողջ խմբաքանակը՝ պայմանով, որ շշում հանքային ջրի միջին ծավալը (0.954 հավանականությամբ) չպետք է լինի 495 մլ-ից պակաս:

5.26. Հաշվի առնելով 5.25 խնդրի ընթացքում ստացված ընտրանքային բնութագրերը, որոշել, թե քանի հանքային ջրի արկղ է հարկավոր հետազոտել մյուս խմբաքանակների ստուգման ժամանակ, որպեսզի նույն հավանականության դեպքում շշում ջրի միջին ծավալը ստացվի ± 5 մլ ճշտությամբ:

5.27. Որոշել, թե քանի շրջանավարտ դասարան է հարկավոր հետազոտության ենթարկել, որպեսզի հաշվարկվի դպրոցականների միջին ծախսերը բուհ ընդունվելու պատրաստվելու համար (0.954 հավանականությամբ և 150 պայմանական միավոր սահմանային սխալով), եթե հայտնի է, որ մարզում 275 շրջանավարտ դասարան է, իսկ դիսպերսիան նախորդ տարվա հետազոտության արդյունքներով կազմել է 81 հազ. միավոր:

5.28. Որոշել, թե արտադրանքի քանի նմուշ է անհրաժեշտ ենթարկել պատահական չկրկնվող ընտրանքային հետազոտության, որպեսզի ընտրանքի սահմանային սխալը (արտադրանքի հատկանիշի միջինի համեմատ տոկոսով) չգերազանցի 5%-ից, 0.954 հավանականությամբ գնահատելու դեպքում: Ընտրանքային տվյալներով արտադրանքի հատկանիշի վարիացիայի գործակիցը կազմում է 25%, իսկ հետազոտվող արտադրանքի ամբողջ համախումբը բաղկացած է 2000 միավորից:

ՍՈՑԻԱԼ-ՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ԾՈՒՍԱԿԱՊԱԾՈՒԹՅԱՆ ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՄԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

6.1 Մեթոդական ցուցումներ և հիմնական խնդիրների լուծում

Հիմնական հասկացություններ և դասակարգումներ: Սոցիալ-տնտեսական երևույթներն իրենցից ներկայացնում են մեծ թվով պատճառների միաժամանակյա ազդեցության արդյունք: Այդ երևույթների ուսումնասիրության ժամանակ անհրաժեշտ է բացահայտել գլխավոր, հիմնական պատճառները՝ վերացարկելով երկրորդականներից: Կապերի վիճակագրական ուսումնասիրության *առաջին փուլի* հիմքում ընկած է երևույթի որակական վերլուծությունը, որը կապված է դրա բնույթի վերլուծության հետ՝ տնտեսագիտության տեսության, սոցիոլոգիայի և կոնկրետ տնտեսության մեթոդներով:

Երկրորդ փուլը կապի մոդելի կառուցումն է: Այն հիմնված է վիճակագրության մեթոդների վրա. խմբավորման, միջին մեծությունների, աղյուսակների և այլն: Վերջին՝ *երրորդ փուլը*, արդյունքների մեկնաբանումն է, որը նորից կապված է ուսումնասիրվող երևույթի որակական առանձնահատկությունների հետ: Վիճակագրությունը մշակել է կապերի ուսումնասիրության բազմաթիվ մեթոդներ, որոնցից կոնկրետ ընտրությունը կախված է հետազոտության նպատակից և առաջադրված խնդիրներից:

Երևույթների և հատկանիշների միջև կապերը, հաշվի առնելով դրանց բազմազանությունը, դասակարգվում են մի շարք հիմունքներով: Հատկանիշները, ըստ փոխկապվածության ուսումնասիրության նշանակության, բաժանվում են երկու դասի: Այն հատկանիշները, որոնք պայմանավորում են իրենց հետ կապված հատկանիշների փոփոխությունը, կոչվում են *գործոնային*, կամ պարզ կերպով՝ *գործոններ*: Գործոնային հատկանիշների ազդեցությամբ փոփոխվող հատկանիշները կոչվում են *արդյունքային*: Երևույթների և դրանց հատկանիշների միջև կապը դասակարգվում է ըստ սերտության աստիճանի, ըստ ուղղության և վերլուծական արտահայտության:

Վիճակագրությունում տարբերում են ֆունկցիոնալ կապ և ստոխաստիկ կախվածություն հասկացությունները: *Ֆունկցիոնալ* են անվանում այն կապը, որի դեպքում գործոնային հատկանիշի որոշակի արժեքին համապատասխանում է արդյունքային հատկանիշի մեկ և միայն մեկ արժեք:

- Եթե պատճառային կախվածությունը դրսևորվում է ոչ թե յուրաքանչյուր առանձին դեպքում, այլ ընդհանուր, միջին ձևով մեծ թվով դիտարկումների ժամանակ, ապա այդպիսի կախվածությունը կոչվում է *ստոխաստիկ*: Ստոխաստիկ կապի մասնավոր դեպքն է կոռելյացիոն կապը, որի

ժամանակ արդյունքային հատկանիշի միջին արժեքի փոփոխությունը պայմանավորված է գործոնային հատկանիշների փոփոխությամբ:

Ըստ կապի սերտության աստիճանի, տարբերում են դրանց գնահատման քանակական չափանիշներ (աղյուսակ 6.1).

Աղյուսակ 6.1

Կապի սերտության գնահատման փոփոխական չափանիշներ

Կոռելյացիայի գործակցի մեծությունը	Կապի բնույթը
միջև $ \pm 0.3 $	գործնականում բացակայում է
$ \pm 0.3 - \pm 0.5 $	
$ \pm 0.5 - \pm 0.7 $	
$ \pm 0.7 - \pm 1.0 $	
	թույլ
	միջին
	ուժեղ

Ըստ ուղղության ընդգծում են ուղիղ և հակադարձ կապ: *Ուղիղ կապի* դեպքում գործոնային հատկանիշի արժեքների ավելացմանը կամ նվազմանը զուգընթաց ավելանում կամ նվազում են արդյունքային հատկանիշի արժեքները: *Հակադարձ կապի* դեպքում արդյունքային հատկանիշի արժեքները փոխվում են հակառակ ուղղությամբ՝ գործոնային հատկանիշի փոփոխության համեմատությամբ:

Ըստ վերլուծական արտահայտության, ընդգծում են ուղղագիծ (կամ գծային) և ոչ գծային կապ: Եթե երևույթների միջև կապը մոտավորապես արտահայտված է ուղիղ գծի հավասարման միջոցով, ապա դրան անվանում են *գծային կապ*, իսկ եթե այն արտահայտված է որևէ կոր գծի հավասարմամբ (պարաբոլ, հիպերբոլ՝ աստիճանային, ցուցային, էքսպոնենցիալ), ապա այդպիսի կապն անվանում են *ոչ գծային* կամ *կորագծային*:

Կապի առկայությունը, դրա բնույթն ու ուղղությունը բացահայտելու համար վիճակագրությունում օգտագործվում են զուգահեռ տվյալների համեմատման, վերլուծական խմբավորման, գրաֆիկական, կոռելյացիոն և ռեգրեսիոն մեթոդները:

Ջույզային ռեգրեսիան բնութագրում է երկու հատկանիշների (գործոնային և արդյունքային) միջև կապը: Դրանց միջև կապը անալիտիկ կերպով նկարագրվում է հետևյալ հավասարումների միջոցով.

$$\text{ուղիղ գծի } \hat{y}_x = a_0 + a_1 x,$$

$$\text{պարաբոլի } \hat{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2,$$

$$\text{հիպերբոլի } \hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x} \text{ և այլն:}$$

Հավասարման տեսակի որոշումը կարելի է իրականացնել՝ ուսումնասիրելով գրաֆիկական կախվածությունը: Սակայն գոյություն ունեն առավել ընդհանուր ցուցումներ, որոնք թույլ են տալիս բացահայտել

կապի հավասարումը՝ չդիմելով գրաֆիկական պատկերմանը: Եթե արդյունքային և գործոնային հատկանիշներն աճում են համանմանորեն, մոտավորապես թվաբանական պրոգրեսիայով, ապա դա վկայում է դրանց միջև գծային կապի առկայության մասին, իսկ հակադարձ կապի դեպքում՝ հիպերբոլային: Եթե արդյունքային հատկանիշն աճում է թվաբանական պրոգրեսիայով, իսկ գործոնայինը՝ նշանակալիորեն արագ, ապա կիրառվում են պարաբոլային կամ աստիճանային ֆունկցիաները:

Ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի գնահատումը կատարվում է փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով, որի հիմքում ընկած է ուսումնասիրվող համակցության դիտարկումների անկախության վարկածը և մոդելի պարամետրերի որոշումը, որի դեպքում նվազեցվում է արդյունքային հատկանիշի էմպիրիկ (փաստացի) և տեսական արժեքների տարբերությունների քառակուսիների գումարը:

$$S = \sum (y - \hat{y}_x)^2 \rightarrow \min :$$

Զույգային գծային ռեգրեսիայի պարամետրերը փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով որոշելու ժամանակ նորմալ հավասարումների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum yx \end{cases}$$

որտեղ a_0 և a_1 ռեգրեսիայի պարամետրերն են,

n -ը՝ ուսումնասիրվող համակցության ծավալը (դիտարկման միավորների թիվը):

Ռեգրեսիայի հավասարումներում a_0 պարամետրը ցույց է տալիս արդյունքային հատկանիշի վրա հաշվի չառած (հետազոտման համար չընդգծված) գործոնների միջինացված ազդեցությունը, a_1 պարամետրը՝ ռեգրեսիայի գործակիցը ցույց է տալիս, թե որքանով միջինում կփոխվի արդյունքային հատկանիշի արժեքը գործոնային հատկանիշի՝ դրա սեփական չափման մեկ միավորի փոփոխման դեպքում:

Ռեգրեսիայի մոդելը կարող է կառուցվել ինչպես հատկանիշի անհատական արժեքներով, այնպես էլ խմբավորված տվյալներով: Բավականին մեծ թվով դիտարկումների դեպքում հատկանիշների միջև կապը բացահայտելու նպատակով օգտագործվում է *կոռելյացիոն աղյուսակը*: Կոռելյացիոն աղյուսակում կարելի է ներկայացնել միայն զույգային կապը, այսինքն՝ արդյունքային հատկանիշի կապը մեկ գործոնի հետ, և դրա հիման վրա կառուցել ռեգրեսիայի հավասարումը և որոշել կապի սերտության ցուցանիշները: Ռեգրեսիայի հավասարումը կարող է լինել գծային, պարաբոլային և այլ ձևերով:

Կոռելյացիոն աղյուսակը կազմելու համար անհրաժեշտ է վիճակագրական տվյալները նախօրոք խմբավորել ըստ երկու հատկանիշների, այնուհետև կառուցել աղյուսակը, որի մեջ ըստ տողերի դասավորել արդ-

յունքային հատկանիշի խմբերը, իսկ ըստ սյուների՝ գործոնային հատկանիշի խմբերը:

Կոռելյացիոն աղյուսակը տալիս է կապի ուղղության մասին ընդհանուր պատկերացում: Եթե երկու հատկանիշն էլ տեղադրված են աճման կարգով, իսկ հաճախականությունները կենտրոնացած են շեղակի՝ վերևից դեպի աջ ներքև, ապա կարելի է դատել հատկանիշների միջև ուղիղ կապի մասին: Հակառակ դեպքում՝ հակադարձ կապի մասին: Որքան հաճախականությունները մոտ են տեղադրված անկյունագծերից մեկին, այդքան կապը սերտ է: Եթե հաճախականությունների դասավորության մեջ չկա համակարգվածություն, ապա կարելի է դատել կապի բացակայության մասին:

Օրինակ: Թեթև արդյունաբերության 40 ձեռնարկությունների ըստ հաշվեկշռային շահույթի մեծության և թողարկված արտադրանքի ծավալի խմբավորման տվյալներով, կառուցել կապի հավասարումը (տես աղյուսակ 6.2):

Լուծում.

Գտնելով, որ կախվածությունը նկարագրվում է ուղիղ գծի հավասարումով, որոշենք a_0 և a_1 գործակիցները հետևյալ նորմալ հավասարումների համակարգի օգնությամբ:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x f_x = \sum y f_y \\ a_0 \sum x f_x + a_1 \sum x^2 f_x = \sum y x f_{xy} \end{cases}$$

Աղյուսակ 6.2
Ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի հաշվարկման աղյուսակ թեթև արդյունաբերության ձեռնարկությունների 2003թ. IV եռամսյակի տվյալներով

Շահույթ, մլն. դրամ	Թողարկված արտադրանքի ծավալը, մլն. դրամ						f_y	$y \cdot f_y$	$x \cdot y \cdot f_y$
	x	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80			
	y	35	45	55	65	75			
1-2	1.5	2					2	3.0	105.0
2-3	2.5	4	1				5	12.5	462.5
3-4	3.5	2	5	4			11	38.5	1802.5
4-5	4.5		3	8	2		13	58.5	3172.5
5-6	5.5			2	4	3	9	49.5	3272.5
f_x	-	8	9	14	6	3	40	162	8815.0
$x \cdot f_x$	-	28.0	40.5	77.0	39.0	22.5	207.0	-	-
$x^2 \cdot f_x$	-	98.0	182.2	423.5	253.5	168.75	1126	-	-
$\bar{y}_i$	-	2.5	3.72	4.26	5.17	5.50	-	-	-

Հավասարումների համակարգում տեղադրելով 6.2 աղյուսակի համարագումարային արժեքները, ստանում ենք:

$$\begin{cases} 40a_0 + 207a_1 = 162 \\ 207a_0 + 1126a_1 = 8815 \end{cases}$$

այստեղից՝ $a_0 = -0.9$, $a_1 = 0.08$, հետևաբար $\hat{y}_x = -0.9 + 0.08x$:

Ռեգրեսիայի հավասարման $a_1 = 0.08$ պարամետրը ցույց է տալիս, որ արտադրանքի թողարկման ծավալի 1 մլն. դրամով ավելանալու դեպքում հաշվեկշռային շահույթն ավելանում է 80 հազ. դրամով:

Եթե y և x հատկանիշների միջև կապը կորագծային է և արտահայտվում է երկրորդ կարգի պարաբոլային հավասարումով.

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2,$$

ապա նորմալ հավասարումների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum yx \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum yx^2 \end{cases}$$

x և y հակադարձ կապի գնահատումը կարող է կատարվել հիպերբոլի հետևյալ հավասարման միջոցով.

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}:$$

Հիպերբոլի պարամետրերի որոշման նորմալ հավասարումների համակարգը հետևյալն է.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{1}{x} y: \end{cases}$$

Բազմակի (բազմագործոն) ռեգրեսիա: Երեք և ավելի միմյանց հետ կապված հատկանիշների միջև կապի ուսումնասիրությունը կրում է *բազմագործոն ռեգրեսիա* անվանումը և արտահայտվում է հետևյալ ֆունկցիայով.

$$\bar{y}_{1,2,\dots,k} = f(x_1, x_2, \dots, x_k):$$

Բազմակի ռեգրեսիայի մոդելի կառուցումը ներառում է հետևյալ փուլերը.

1. կապի ձևի (ռեգրեսիայի հավասարման) ընտրություն,
2. գործոնային հատկանիշների ընտրություն,
3. համակցության բավարար ծավալի ապահովում չտեղաշարժված գնահատականներ ստանալու նպատակով:

Հավասարման տիպի ընտրությունը դժվարանում է նրանով, որ կախվածության ցանկացած ձևի համար կարելի է ընտրել մի շարք հավասարումներ, որոնք որոշակի աստիճանով կնկարագրեն այդ կապերը:

Փոխկապվածության բազմագործոն մոդելների կառուցման փորձը ցույց է տալիս, որ սոցիալ-տնտեսական երևույթների միջև իրականում գոյություն ունեցող կախվածությունները կարելի է նկարագրել՝ օգտագործելով հինգ տիպի մոդել.

$$1. \text{ գծային՝ } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k,$$

$$2. \text{ աստիճանային՝ } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k},$$

$$3. \text{ ցուցչային՝ } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = e^{a_0 + a_1x_1 + \dots + a_kx_k},$$

$$4. \text{ պարաբոլային՝ } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \dots + a_kx_k^2,$$

$$5. \text{ հիպերբոլային՝ } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_k}{x_k}:$$

Օրինակ: Հանրապետության առևտրային բանկերի ակտիվների գումարի (y), վարկային ներդրումների (x_1) և սեփական կապիտալի մեծության (x_2) վերաբերյալ տվյալների հիման վրա կառուցել կապի բազմագործոն մոդել: Կապը ենթադրվում է գծային: Պարամետրերի որոշման հաշվարկային աղյուսակը ներկայացված է 6.3 աղյուսակում:

Լուծում.

$$\bar{y}_{x_1, x_2} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2:$$

Նորմալ հավասարումների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 = \sum y \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1x_2 = \sum yx_1 \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1x_2 + a_2 \sum x_2^2 = \sum yx_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7a_0 + 8671a_1 + 1046a_2 = 14757 \\ 8671a_0 + 14266159a_1 + 1510415a_2 = 21956214, \\ 1046a_0 + 1510415a_1 + 175876a_2 = 2534726 \end{cases}$$

այստեղից էլ՝ $a_0 = -443.4$, $a_1 = 0.0368$, $a_2 = 16.77$,

$$\bar{y}_{x_1, x_2} = -443.4 + 0.0368x_1 + 16.77x_2:$$

Հաշվարկները ցույց տվեցին, որ առևտրային բանկերի վարկային ներդրումների և սեփական կապիտալում յուրաքանչյուրի մեջ 1 մլն.

դրամի ավելացումը հանգեցնում է դրանց ակտիվների աճին համապատասխանաբար միջինում 0.0368 և 16.77 մլն դրամով:

Կարի խզվածության գնահատումը: Ռեգրեսիայի հավասարման հիման վրա որոշումների ընդունումը: Ռեգրեսիայի հավասարման հիման վրա կառուցված մոդելների *համապատասխանության (տրամակաճության)* ստուգումն սկսվում է յուրաքանչյուր ռեգրեսիայի գործակցի նշանակալիության ստուգումից:

Ռեգրեսիայի գործակցի նշանակալիության ստուգումը կատարվում է Ստյուդենտի t - չափանիշի միջոցով.

$$t_{\text{հաշվ.}} = \frac{|a_i|}{\sqrt{\sigma_{a_i}^2}}$$

որտեղ $\sigma_{a_i}^2$ -ն ռեգրեսիայի գործակցի դիսպերսիան է:

Մոդելի պարամետրը համարվում է վիճակագրորեն նշանակալի, եթե $t_{\text{հաշվ.}} > t_{\text{ստի.}}$ ($\alpha, v = n - k - 1$).

որտեղ α -ն նշանակալիության մակարդակն է, v -ն՝ ազատության աստիճանների քիչը.

n -ը՝ համակցության ծավալը.

k -ն՝ հավասարման մեջ գործնական հատկանիշների քիչը:

$\sigma_{a_i}^2$ մեծությունը կարող է որոշվել հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{a_i}^2 = \frac{\sigma_y^2}{k},$$

որտեղ σ_y^2 -ն արդյունքային հատկանիշի դիսպերսիան է:

Դիսպերսիայի մեծության առաջել ճիշտ գնահատականը կարելի է ստանալ հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{a_i}^2 = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{1 - R_i^2}},$$

որտեղ R_i -ն կոռելյացիայի բազմակի գործակցի մեծությունն է ըստ x_i գործոնի, մյուս գործոնների հետ միասին:

Աղյուսակ 9.5

Ռեգրեսիայի հավասարման տարամբերի որոշման հաշվարկային աղյուսակ (մլն. դրամ)

Բանկի համար	Ակտիվների գումար y	Վարկային ներդրումներ, x_1	Սեփական կապիտալ x_2	$y \cdot x_1$	x_1^2	y^2	$x_1 \cdot x_2$	x_2^2	$y \cdot x_1$	$\bar{y}_x$
1	3176	2496	209	7927 296	6230 016	10086976	521 664	43 681	663 784	3 153
2	3066	1962	201	6015 492	3849 444	9 400 356	394 362	40 401	616 266	3 000
3	2941	783	177	2302 803	613 089	8 649 481	138 591	31 329	520 557	2 554
4	1997	1319	136	2634 043	1739 761	3 988 009	179 384	18 496	271 592	1 886
5	1865	1142	175	2129 830	1304 164	3 478 225	199 850	30 625	326 375	2 533
6	1194	658	88	785 652	432 964	1 425 636	57 904	7 744	105 072	1 057
7	518	311	60	161 098	96 721	268 324	18 660	3 600	31 080	574
Ընդամենը	14757	8671	1046	21 956 214	14 266 159	37 297 007	1510 415	175876	2 534726	14 757

Ամբողջ մոդելի համապատասխանության ստուգումն իրականացվում է F-չափանիշի և ապրոկսիմացիայի միջին սխալի մեծության հաշվարկման միջոցով:

Ֆիշերի F-չափանիշը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$F_{\text{հաշվ.}} = \frac{\frac{1}{k+1} \sum \bar{y}_{1,2,\dots,k}^2}{\frac{1}{n-k-1} \sum (y_i - \bar{y}_{1,2,\dots,k})^2},$$

որտեղ $\bar{y}_{1,2,\dots,k}$ -ն արդյունքային հատկանիշի տեսական արժեքն է,

n-ը՝ համակցության ծավալը,

k-ն՝ մոդելում գործոնային հատկանիշների թիվը:

Եթե $F_{\text{հաշվ.}} > F_{\text{աղ.}}$ մշակակալիության $\alpha = 0.05$ կամ $\alpha = 0.01$ դեպքում, ապա H_0 (ռեգրեսիայի հավասարման մեջ տեղ գտած կապերի՝ իրականում գոյություն ունեցողների անհամապատասխանության) հիպոթեզը ժխտվում է: $F_{\text{աղ.}}$ մեծությունը որոշվում է հատուկ աղյուսակներով՝ $\alpha = 0.05$ կամ $\alpha = 0.01$ մեծության և ազատության աստիճանների թվի հիման վրա. $v_1 = k - 1$, $v_2 = n - k$:

Ապրոկսիմացիայի միջին սխալի արժեքը չպետք է գերազանցի 12-15%.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum \frac{|y - \bar{y}_{1,2,\dots,k}|}{y} \cdot 100:$$

Տնտեսական վերլուծության հնարավորություններն ընդլայնելու նպատակով օգտագործվում են էլաստիկության մասնակի գործակիցները, որոնք որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$\varepsilon_{x_i} = a_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}},$$

որտեղ $\bar{x}_i$ -ն համապատասխան գործոնային հատկանիշի միջին արժեքն է,

$\bar{y}$ -ը՝ արդյունքային հատկանիշի միջին արժեքը,

a_i -ն՝ ռեգրեսիայի գործակիցն է համապատասխան գործոնային հատկանիշի դեպքում:

Էլաստիկության գործակիցը ցույց է տալիս, թե քանի տոկոսով միջինում կփոխվի արդյունքային հատկանիշի արժեքը գործոնային հատկանիշի 1%-ի չափով փոփոխվելու դեպքում:

Ղեկավարման գործակիցը ցույց է տալիս, թե արդյունքային հատկանիշի տատանման քանի տոկոսն է բացատրվում ռեգրե-

սիայի հավասարման մեջ մտնող i-րդ հատկանիշի վարիացիայով: Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$d_{x_i} = r_{yx_i} \beta_{x_i},$$

որտեղ r_{yx_i} -ն արդյունքային և i-րդ գործոնային հատկանիշների միջև զույգային կորելյացիայի գործակիցն է,

β_{x_i} -ն՝ ստանդարտացված մասշտաբով բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման համապատասխան գործակիցը:

Օրինակ: 6.3 աղյուսակի տվյալներով հաշվարկել x_1 վարկային ներդրումներ գործոնի համար ղեկավարման գործակիցը:

$$d_{x_1} = r_{yx_1} \beta_{x_1},$$

$$r_{x_1y} = \frac{\overline{x_1 y} - \bar{x}_1 \cdot \bar{y}}{\sigma_{x_1} \sigma_y},$$

$$\overline{yx_1} = \frac{\sum yx_1}{n} = \frac{21956214}{7} = 3136602,$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{14757}{7} = 2108.0, \quad \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{8671}{7} = 1238.7,$$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2} = \sqrt{\frac{14266159}{7} - (1238.7)^2} = 709.7,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} = 949.6,$$

$$r_{x_1y} = \frac{3136602 - 2108.0 \cdot 1238.7}{709.7 \cdot 949.6} = 0.78,$$

$$\beta_{x_1} = a_{x_1} \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y} = 0.0368 \cdot \frac{709.7}{949.6} = 0.03,$$

$$d_{x_1} = 0.78 \cdot 0.03 = 0.02,$$

ինչը վկայում է այն բանի մասին, որ ակտիվների արժեքի տատանման 2%-ը բացատրվում է վարկային ներդրումների մեծության փոփոխությամբ:

Սեփական կապիտալ (x_2) գործոնի համար մասնակի ղեկավարման գործակիցը հավասար է՝

$$r_{x_2y} = 0.95, \quad \beta_{x_2} = 0.93, \quad d_{x_2} = 0.95 \cdot 0.93 = 0.88,$$

այսինքն՝ ակտիվների արժեքի փոփոխության 88%-ը բացատրվում է դիտարկված առևտրային բանկերի սեփական կապիտալի փոփոխությամբ:

Ղեկավարող հատկանիշի բազմակի գործակիցը (R^2) իրենից ներկայացնում է կոռելյացիայի բազմակի գործակցի քառակուսին և ցույց է տալիս, թե արդյունքային հատկանիշի տատանման որ մասն է պայմանավորված բազմագործոն ռեգրեսիոն մոդելում ներառած գործոնային հատկանիշների փոփոխությամբ:

Սողելավորվող հատկանիշի վրա առանձին գործոնային հատկանիշի ազդեցությունն առավել ճիշտ գնահատելու նպատակով կիրառվում է Q – գործակիցը, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$Q_{x_1} = \vartheta_{x_1} \cdot V_{x_1}.$$

որտեղ V_{x_1} -ն համապատասխան գործոնային հատկանիշի վարիացիայի գործակիցն է:

Օրինակ: Հաշվարկել Q – գործակիցը 6.3 աղյուսակի տվյալներով: Վարկային ներդրումներ գործոնի համար այն հավասար է՝

$$Q_{x_1} = \vartheta_{x_1} \cdot V_{x_1}.$$

$$\vartheta_{x_1} = 0.02, \quad V_{x_1} = \frac{\sigma_{x_1}}{\bar{x}_1} \cdot 100 = \frac{709.7}{1238.7} \cdot 100 = 57\%,$$

$$Q_{x_1} = 0.02 \cdot 0.57 = 0.01:$$

Սեփական կապիտալ գործոնի համար հավասար է՝

$$\vartheta_{x_2} = 1.19, \quad V_{x_2} = \frac{\sigma_{x_2}}{\bar{x}_2} \cdot 100 = \frac{53}{149.4} \cdot 100 = 35.5\%,$$

$$Q_{x_2} = 1.19 \cdot 0.355 = 0.42:$$

Եզրակացություն. առավել էական է x_2 գործոնի ազդեցությունը:

Կադի ուսումնասիրության բուն-կոռելյացիոն լարամետրիկ մեթոդներ: Կոռելյացիայի էականության գնահատումը: Կապի սերտությունը գծային կախվածության դեպքում չափվում է *կոռելյացիայի գծային գործակցի* միջոցով:

Վիճակագրության տեսության մեջ մշակվել և գործնականում կիրառվում են տվյալ գործակցի հաշվարկման տարբեր վերափոխակ բանաձևեր.

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\text{կամ } r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}:$$

Կատարելով հաշվարկ ըստ էականության փոփոխականների հանրագումարային արժեքների, կոռելյացիայի գծային գործակիցը կարելի է հաշվարկել նաև հետևյալ բանաձևով.

$$r_{xy} = \frac{n \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2) (n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}:$$

Կոռելյացիայի գծային գործակիցը կարող է արտահայտվել նաև գումարելիների դիսպերսիաների միջոցով.

$$r_{xy} = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2 \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}:$$

Կոռելյացիայի գծային գործակցի և ռեգրեսիայի գործակցի միջև գոյություն ունի որոշակի կախվածություն, որը կարելի է մաթեմատիկորեն արտահայտել հետևյալ բանաձևով.

$$r_{xy} = a_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y},$$

որտեղ a_i -ն ռեգրեսիայի գործակիցն է կապի հավասարման մեջ:

Կոռելյացիայի գծային գործակիցը փոխվում է -1 -ից մինչև 1 -ը ($-1 \leq r \leq 1$): Կոռելյացիայի և ռեգրեսիայի նշանները համընկնում են: Ընդ որում, կոռելյացիայի գործակցի արժեքների մեկնաբանումը կարելի ներկայացնել 6.4 աղյուսակի միջոցով.

Աղյուսակ 6.4

Կոռելյացիայի գծային գործակցի գնահատումը

Կապի գործակցի արժեքը	Կապի բնույթը	Կապի մեկնաբանումը
$r = 0$	բացակայում է ուղիղ	-
$0 < r < 1$	հակադարձ	x -ի ավելացման հետ y -ը ավելանում է
$-1 < r < 0$	հակադարձ	x -ի ավելացման հետ y -ը փոքրանում է, և հակառակը
$r = 1$	ֆունկցիոնալ	գործոնային հատկանիշի յուրաքանչյուր արժեքին խիստ համապատասխանում է արդյունքային հատկանիշի մեկ արժեք

Կոռելյացիայի գծային գործակցի էականությունն ստուգվում է Ստյուդենտի t -չափանիշի հիման վրա.

$$t_{\text{հաշվ.}} = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot (n-2) = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2}:$$

Եթե հաշվարկային արժեքը մեծ է աղյուսակայինից՝ $t_{\text{հաշվ.}} > t_{\text{աղ.}}$, ապա $H_0: r_{yx} = 0$ հիպոթեզը ժխտվում է, ինչը վկայում է կոռելյացիայի գծային գործակցի էականության, հետևաբար՝ x և y կախվածության վիճակագրական էականության մասին:

Կապի սերտությունը կորագծային կախվածության դեպքում չափվում է կոռելյացիոն հարաբերության օգնությամբ: Տարբերում են էմպիրիկ և տեսական կոռելյացիոն հարաբերություններ: Էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}:$$

Աղյուսակ 6.2-ի տվյալներով կարելի է որոշել էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը: Դրա համար կառուցենք օժանդակ աղյուսակ (աղյուսակ 6.5):

Աղյուսակ 6.5

Էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերության հաշվարկման աղյուսակ

$\bar{y}_i$	$\bar{y}_i - \bar{y}$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2$	f_x	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_x$
2.50	1.55	2.40	8	19.2
3.72	-0.33	0.11	9	0.99
4.26	0.21	0.04	14	0.56
5.17	1.12	1.25	6	7.50
5.50	1.45	2.10	3	6.30
Ընդամենը	-	-	40	34.55

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot f_y}{\sum f_y} = \frac{162}{40} = 4.05, \quad \sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = 17.65 - 16.40 = 1.25,$$

$$\text{հետևաբար } \delta^2 = \frac{34.55}{40} = 0.864:$$

Էմպիրիկ կոռելյացիոն հարաբերությունը հավասար է՝

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{0.864}{1.250}} = 0.83,$$

այսինքն՝ կապը ուժեղ է:

Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը հաշվարկվում է արդյունքային և մի քանի գործոնային հատկանիշների միջև, ինչպես նաև գործոնային հատկանիշների ցանկացած զույգի միջև գծային կապի առկայության դեպքում: Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$R_{y/x_1x_2 \dots x_k} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{մն.}}^2}{\sigma^2}},$$

որտեղ $\sigma_{\text{մն.}}^2$ -ն մնացորդային դիսպերսիան է,

σ^2 -ն՝ արդյունքային հատկանիշի ընդհանուր դիսպերսիան,

δ^2 - արդյունքային հատկանիշի տեսական արժեքների դիսպերսիան, հաշվարկված բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման միջոցով:

Արդյունքային և երկու գործոնային հատկանիշների միջև կապի սերտությունը գնահատելու դեպքում կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով.

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}},$$

որտեղ r -ը զույգային կոռելյացիայի գործակիցն է:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի էականության ստուգումն իրականացվում է Ֆիշերի F -չափանիշի հիման վրա.

$$F_{\text{հաշվ.}} = \frac{\frac{1}{2} R_{y/x_1x_2}^2}{\frac{1}{n-3} (1 - R_{y/x_1x_2}^2)}:$$

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի ոչ էականության մասին հիպոթեզը ($H_0: R_{y/x_1x_2}^2 = 0$) ժխտվում է, եթե F -չափանիշի հաշվարկային արժեքը մեծ է աղյուսակայինից $F_{\text{հաշվ.}} > F_{\text{աղ.}}$ ($\alpha, v_1 = 2, v_2 = n - 3$):

Բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը փոխվում է 0-ից մինչև 1-ը և, ըստ սահմանման, դրական է. $0 < R < 1$:

Օրինակ: Հաշվարկել բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը և ստուգել դրա նշանակալիությունը աղյուսակ 6.3-ի տվյալներով.

Լուծում.

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}},$$

$$r_{yx_1} = 0.78, \quad r_{yx_2} = 0.95, \quad r_{x_1x_2} = 0.82,$$

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{0.78^2 + 0.95^2 - 2 \cdot 0.78 \cdot 0.95 \cdot 0.82}{1 - 0.82^2}} = 0.95:$$

Կապը սերտ է, x_1 և x_2 գործոնները գործնականում ամբողջովին պայմանավորում են y -ի մեծությունը: Ստուգենք բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակալիությունը.

$$F_{\text{հաշվ.}} = \frac{\frac{1}{2} R_{y/x_1 x_2}^2}{\frac{1}{n-3} \cdot (1 - R_{y/x_1 x_2}^2)} = \frac{0.5 \cdot 0.95^2}{\frac{1}{7-3} \cdot (1 - 0.95)^2} = \frac{0.45125}{0.02438} = 18.51:$$

Կոռելյացիայի գործակցի ոչ նշանակալիության հիպոթեզը ժխտվում է, քանի որ $F_{\text{հաշվ.}}$ մեծ է $F_{\text{տղ.}}$ ($F_{\text{տղ.}} = 6.94$ ($\alpha = 0.05, v_1 = 2, v_2 = n - 3 = 4$)), $F_{\text{հաշվ.}} = 18.51 > F_{\text{տղ.}} = 6.94$):

Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցները բնութագրում են x_1 և x_2 երկու հատկանիշների միջև կապի սերտությունը մյուս գործոնային հատկանիշների ֆիքսված արժեքների դեպքում, այսինքն՝ երբ x_3 գործոնի ազդեցությունը բացառվում է (տվյալ դեպքում զնահատվում է x_1 և x_2 միջև կապը «մաքուր տեսքով»):

Այն դեպքում, երբ արդյունքային հատկանիշը y կախված է երկու գործոնային հատկանիշներից (x_1 և x_2), ապա մասնակի կոռելյացիայի գործակիցն ընդունում է հետևյալ տեսքը.

$$r_{y x_1 / x_2} = \frac{r_{y x_1} - r_{y x_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{y x_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}},$$

$$r_{y x_2 / x_1} = \frac{r_{y x_2} - r_{y x_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{y x_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}}:$$

Առաջին դեպքում է բացառվում է x_2 գործոնային հատկանիշի ազդեցությունը, երկրորդում՝ x_1 -ի:

Օրինակ: Հաշվարկել կոռելյացիայի մասնակի գործակիցները 6.3 աղյուսակի տվյալներով:

Լուծում.

$$r_{y x_1 / x_2} = \frac{0.78 - 0.82 \cdot 0.95}{\sqrt{(1 - 0.95)^2 \cdot (1 - 0.82)^2}} = 0.006,$$

$$r_{y x_2 / x_1} = \frac{0.95 - 0.78 \cdot 0.82}{\sqrt{(1 - 0.78)^2 \cdot (1 - 0.82)^2}} = 0.87:$$

Սոցիալական երևույթների կապի ուսումնասիրության մեթոդները: Վիճակագրության կարևորագույն խնդիրներից է սոցիալական երևույթների վիճակագրական գնահատման մեթոդաբանության մշակումը, որը դժվարանում է նրանով, որ շատ սոցիալական երևույթներ չունեն քանակական գնահատական: Սոցիալական երևույթների կապերի քանակական գնահատումն իրականացվում է մի շարք գործակիցների հաշվարկման և վերլուծության հիման վրա:

Ասոցիացիայի և կոնսիստենցիայի գործակից: Երկու որակական հատկանիշների կապի սերտությունը որոշելու նպատակով, որոնցից յուրաքանչյուրը բաղկացած է երկու խմբից, կիրառվում են ասոցիացիայի և կոնսիստենցիայի գործակիցները: Դրանց հաշվարկման համար կառուցվում է աղյուսակ, որը ցույց է տալիս երկու երևույթների միջև կապը, որոնցից յուրաքանչյուրը կարող է լինել երկընտրանքային, այսինքն բաղկացած է հատկանիշի երկու միմյանցից որակապես տարբեր արժեքներից (աղյուսակ 6.6):

Աղյուսակ 6.6

Ասոցիացիայի և կոնսիստենցիայի գործակիցների հաշվարկման աղյուսակ

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

Գործակիցները հաշվարկվում են հետևյալ բանաձևերով.

ասոցիացիայի՝ $K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc},$

կոնսիստենցիայի՝ $K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b) \cdot (b+d) \cdot (a+c) \cdot (c+d)}}:$

որտեղ a, b, c, d -ն հատկանիշի սահմաններն են:

Կոնսիստենցիայի գործակիցը միշտ փոքր է ասոցիացիայի գործակիցի: Կապը համարվում է հաստատված, եթե $K_a > 0.5$ կամ $K_k > 0.3$:

Օրինակ: Մարզերից մեկում հետազոտվել է թմրադեղերի պատահական օգտագործողների սոցիալ-ժողովրդագրական բնութագիրը՝ կախված ընտանեկան դրությունից: Հետազոտության արդյունքները բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով.

(հազ. մարդ)

Թմրադեղեր օգտագործողների խմբեր	Ընտանեկան դրությունը		Ընդամենը
	ամուսնացած	չամուսնացած	
Օգտագործել է	10.0	14.5	24.5
Չի օգտագործել	2.5	4.5	7.0
Ընդամենը	12.5	19.0	31.5

Հաշվարկել ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները:
Լուծում.

$$K_a = \frac{10.0 \cdot 4.5 - 14.5 \cdot 2.5}{10.0 \cdot 4.5 + 14.5 \cdot 2.5} = 0.108,$$

$$K_k = \frac{10.0 \cdot 4.5 - 14.5 \cdot 2.5}{\sqrt{(10.0 + 4.5) \cdot (14.5 + 4.5) \cdot (4.5 + 2.5) \cdot (2.5 + 10.0)}} = 0.043:$$

Քանի որ $K_a < 0.5$ -ից կամ $K_k < 0.3$ -ից, ապա պատահական սպառողների կողմից թմրադեղերի օգտագործումը կախված չէ դրանց ընտանեկան դրությունից:

Երբ որակական հատկանիշներից յուրաքանչյուրը բաղկացած է երկուսից ավելի խմբերից, ապա կապի սերտությունը որոշելու համար հնարավոր է *Պիրսոնի և Չուպրովի փոխարկվածության գործակիցների* կիրառումը, որոնք հաշվարկվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$K_\eta = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}, \quad K_\chi = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(k_1 - 1) \cdot (k_2 - 1)}}},$$

որտեղ φ^2 -ն փոխարկվածության ցուցանիշն է:

φ^2 -ն որոշվում է որպես աղյուսակի ամեն վանդակի հաճախականության քառակուսիների և համապատասխան տողի ու սյունի հանրագումարային հաճախականության արտադրյալների հարաբերությունների գումարը, հանած մեկ՝

$$\varphi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x n_y} - 1,$$

որտեղ k_1 -ը առաջին հատկանիշի (խմբերի) արժեքների թիվն է,

k_2 -ը՝ երկրորդ հատկանիշի (խմբերի) արժեքների թիվը:

Որքան K_η և K_χ մեծությունները մոտ են 1-ին, այնքան կապը սերտ է: Պիտենք փոխարկվածության գործակցի հաշվարկման օժանդակ աղյուսակը (աղյուսակ 6.7):

$$1 + \varphi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x} = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_y}:$$

Աղյուսակ 6.7

Փոխարկվածության գործակցի հաշվարկման օժանդակ աղյուսակ

y	I	II	III	Ընդամենը
x				
I	...	...	n_{yx}	n_{x_1}
II	...	...	...	n_{x_2}
III	...	...	...	n_{x_3}
Ընդամենը	n_{y_1}	n_{y_2}	n_{y_3}	

Օրինակ: Փոխարկվածության գործակցի օգնությամբ հետազոտել արտադրանքի ինքնարժեքի և աշխատանքի արտադրողականության միջև կապը (աղյուսակ 6.8):

Աղյուսակ 6.8

Արտադրանքի ինքնարժեքի և աշխատանքի արտադրողականության միջև կախվածությունը

Ինքնարժեքը	Աշխատանքի արտադրողականություն			Ընդամենը
	Բարձր	Միջին	Ցածր	
Ցածր	19	12	9	40
Միջին	7	18	15	40
Բարձր	4	10	26	40
Ընդամենը	30	40	50	120

$$1 + \varphi^2 = \frac{19^2}{30} + \frac{12^2}{40} + \frac{9^2}{50} + \frac{7^2}{30} + \frac{18^2}{40} + \frac{15^2}{50} + \frac{4^2}{30} + \frac{10^2}{40} + \frac{26^2}{50} = 0.431 + 0.356 + 0.414 = 1.201,$$

$$\varphi^2 = 1.201 - 1 = 0.201,$$

$$K_\eta = \sqrt{\frac{0.201}{1.201}} = \sqrt{0.167} = 0.41, \quad K_\chi = \sqrt{\frac{0.201}{2 \cdot 2}} = 0.32,$$

այսինքն՝ կապը միջին է:

Վիճակագրության մեջ գոյություն ունեն փոխարկվածության գործակիցների վերափոխակներ, օրինակ՝ Պիրսոնի χ^2 -չափանիշի հաշվարկման միջոցով: Այդ գործակիցները հաշվարկվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$K_1 = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}}, \quad K_2 = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{(k_1 - 1) \cdot (k_2 - 1)}}},$$

որտեղ χ^2 -ն առավել տարածված համաձայնության չափանիշ է, որն օգտագործվում է բաշխման տեսակի հիպոթեզի վիճակագրական ստուգման համար: Այն որոշվում է հետևյալ բանաձևով:

$$\chi^2 = n \cdot \left\{ \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x \cdot n_y} - 1 \right\}:$$

Այդ գործակիցները փոփոխվում են $0 < K < 1$ սահմաններում:

χ^2 -ն կարելի է հաշվարկել նաև հետևյալ բանաձևով:

$$\chi^2 = \sum_{x=1}^{k_1} \sum_{y=1}^{k_2} \frac{(n_{xy} - n'_{xy})^2}{n'_{xy}},$$

որտեղ n_{xy} -ն աղյուսակի x-րդ տողի y-րդ սյունի փաստացի հաճախականությունն է,

n'_{xy} -ն՝ աղյուսակի x-րդ տողի y-րդ սյունի տեսական հաճախականությունը:

Աղյուսակի յուրաքանչյուր վանդակի տեսական հաճախականությունը հաշվարկվում է հետևյալ կերպ:

$$n'_{xy} = \frac{n_x \cdot n_y}{\sum n_{xy}},$$

օրինակ՝ $n_{11} = \frac{30 \cdot 40}{120} = 10, \quad n_{12} = \frac{40 \cdot 40}{120} = 13.3,$

$$n_{13} = \frac{50 \cdot 40}{120} = 16.6 \text{ և այլն:}$$

Տեսական հաճախականությունների հաշվարկի արդյունքները բերված են աղյուսակ 6.9-ում:

Պիրսոնի և Չուպրովի փոխարկվածության գործակիցները հավասար են՝

$$K_1 = \sqrt{\frac{24.0}{120 + 24.0}} = 0.41, \quad K_2 = \sqrt{\frac{24.0}{120 \cdot \sqrt{(3-1) \cdot (3-1)}}} = 0.32:$$

Աղյուսակ 6.9

χ^2 բաշխման տեսական հաճախականությունները և χ^2 հաշվարկման օժանդակ աղյուսակ

Վանդակի համարը, n_{xy}	n_{xy}	n'_{xy}	$(n_{xy} - n'_{xy})^2$	$\frac{(n_{xy} - n'_{xy})^2}{n'_{xy}}$
1, 1	19	10.0	81.0	8.10
1, 2	12	13.3	1.7	0.13
1, 3	9	16.7	59.3	3.55
2, 1	7	10.0	9.0	0.90
2, 2	18	13.3	22.1	1.66
2, 3	15	16.7	2.9	0.17
3, 1	4	10.0	36.0	3.60
3, 2	10	13.3	10.9	0.82
3, 3	26	16.7	86.5	5.07
Ընդամենը	120	120.0	-	24.00

Կապի գնահատման համար առանձնահատուկ նշանակություն ունի *կոռելյացիայի բխերիալ գործակիցը*, որը հնարավորություն է տալիս գնահատելու երկընտրանքային որակական և տատանվող քանակական հատկանիշների միջև կապը: Տվյալ գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով:

$$r = \frac{\sum |\bar{y}_2 - \bar{y}_1| \cdot pq}{\sigma_y \cdot z},$$

որտեղ $\bar{y}_1$ և $\bar{y}_2$ -ը խմբերի միջիններն են,

σ_y -ը՝ հատկանիշի միջին մակարդակից փաստացի արժեքների տարբերության

միջին քառակուսային շեղումը,

p - ն՝ առաջին խմբի մասը,

q - ն՝ երկրորդ խմբի մասը,

z - ն՝ z-բաշխման աղյուսակային արժեքը՝ p -ից կախված:

Օրինակ: Կոռելյացիայի բխերիալ գործակցի օգնությամբ ուսումնասիրել ֆիրմայի աշխատողների եկամուտների և նրանց կրթական մակարդակի միջև կապը հետևյալ տվյալների հիման վրա (աղյուսակ 6.10):

$$\bar{y}_1 = \frac{75 \cdot 25 + 125 \cdot 35 + 175 \cdot 30 + 225 \cdot 20}{110} = \frac{16000}{110} = 145.45,$$

$$\bar{y}_2 = \frac{75 \cdot 45 + 125 \cdot 20 + 175 \cdot 10 + 225 \cdot 5}{80} = \frac{8750}{80} = 109.37,$$

$$\bar{y}_{\text{ընդ.}} = \frac{75 \cdot 70 + 125 \cdot 55 + 175 \cdot 40 + 225 \cdot 25}{190} = \frac{24750}{190} = 130.26,$$

Աղյուսակ 6.10

**Ֆիրմայի աշխատողների եկամուսների կախվածությունը
նրանց կրթական մակարդակից**

	Եկամուսների մակարդակը, հազ. դրամ				Ընդամենը
	50-100	100-150	150-200	200-250	
Բուհն ավարտածներ	25	35	30	20	110
Բուհում չսովորածներ	45	20	10	5	80
Ընդամենը	70	55	40	25	190

$$\boxed{\times}$$

$$+ \frac{(225.0 - 130.26)^2 \cdot 25}{190} = \frac{519738}{190} = 2735.5,$$

$$\sqrt{\quad}$$

այսինքն՝ կապը միջին է:

Կապի ոչ դադարեցրիկ ցուցանիշներ: Ռանգերի գործակիցներ: Սոցիալ-տնտեսական երևույթների վերլուծության ժամանակ հաճախակի հարկավոր է դիմել տարբեր պայմանական գնահատականների, իսկ առանձին հատկանիշների միջև փոխկապվածությունը չափել կապի ոչ պարամետրիկ չափանիշների օգնությամբ:

Կարգավորումն ուսումնասիրության օբյեկտների կանոնավորման ընթացակարգն է, որն իրականացվում է ըստ նախապատվության:

Ռանգը (տեղակարգը) աճման կամ նվազման կարգով տեղակայված հատկանիշի արժեքների հերթական համարն է: Եթե հատկանիշի առանձին արժեքներ ունեն միևնույն քանակական գնահատականը, ապա այդ բոլոր արժեքների ռանգն ընդունվում է հավասար համապատասխան տեղերի համարների միջին քվարանականին: Տվյալ ռանգերը կոչվում են կապված:

Կապի սերտության գնահատման ոչ պարամետրիկ մեթոդներից առավել մեծ նշանակություն ունեն Սպիրմենի և Կենդալի ռանգային գործակիցները: Այդ գործակիցները կարող են օգտագործվել ինչպես քանակական, այնպես էլ որակական հատկանիշների միջև կապի սերտությունը որոշելու համար՝ պայմանով, որ դրանց արժեքները լինեն կարգավորված՝ ըստ հատկանիշի աճման կամ նվազման աստիճանի:

Ռանգերի կոռելյացիայի գործակիցը (Սպիրմենի գործակիցը) հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով:

$$r_{x/y} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n \cdot (n^2 - 1)},$$

որտեղ d -ն արդյունքային և գործոնային հատկանիշների ռանգերի տարբերությունն է,

n -ը՝ դիտարկումների թիվը (զույգային ռանգերի թիվը):

Սպիրմենի գործակիցն ընդունում է ցանկացած արժեքներ $[-1, +1]$ միջակայքում: Սպիրմենի կոռելյացիայի գործակիցի նշանակալիությունն ստուգվում է Ստյուդենտի t -չափանիշի հիման վրա: Այդ չափանիշի հաշվարկային արժեքը որոշվում է հետևյալ բանաձևով:

$$t_{\text{հաշվ.}} = r_{x/y} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{x/y}^2}}:$$

Կոռելյացիայի գործակցի արժեքը համարվում է վիճակագրորեն նշանակալի, եթե $t_{\text{հաշվ.}} > t_{\text{աղ.}}(\alpha, k = n-2)$:

Օրինակ: Արդյունաբերության ճյուղերից մեկի մի խումբ ձեռնարկությունների տվյալների հիման վրա Սպիրմենի գործակցի միջոցով որոշել հաշվեկշռային շահույթի մեծության և իրացված արտադրանքի ծավալի միջև կախվածությունը:

Աղյուսակ 6.11

Սպիրմենի գործակցի հաշվարկը

Ձեռնարկության համարը	Իրացված արտադրանքի ծավալը, մլրդ. դրամ, x	Հաշվեկշռային շահույթ, մլն. դրամ, y	Ռանգերը		Ռանգերի տարբերությունը, $d_i = R_x - R_y$	d_i^2
			R_x	R_y		
1	1.8	20	2	1	1	1
2	2.3	75	3	3	0	0
3	8.6	42	10	2	8	64
4	1.3	80	1	4	-3	9
5	3.5	107	4	5	-1	1
6	3.8	125	6	6	0	0
7	4.5	140	7	7	0	0
8	5.8	175	8	8	0	0
9	3.7	200	5	9	-4	16
10	6.5	210	9	10	-1	1
Ընդամենը	-	-	-	-	-	92

$$r_{x/y} = 1 - \frac{6 \cdot 92}{10 \cdot 99} = 1 - \frac{552}{990} = 0.44,$$

այսինքն՝ կապը մոտ է միջինին:

Կենդալի կոռելյացիայի ռանգային գործակիցը կարող է նույնպես օգտագործվել միևնույն սկզբունքով կարգավորված և համասեռ օբյեկտները բնութագրող որակական և քանակական հատկանիշների միջև փոխկապվածությունը ուսումնասիրելու համար: Կենդալի գործակցի հաշվարկն իրականացվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

որտեղ S -ը հաջորդականությունների թվի և երկրորդ հատկանիշի շրջադասությունների թվի տարբերությունների գումարն է, n -ը՝ դիտարկումների թիվը:

Տվյալ գործակցի հաշվարկն իրականացվում է հետևյալ հաջորդականությամբ.

1. x արժեքները կարգավորվում են աճման կամ նվազման կարգով,
2. y արժեքները տեղակայվում են x արժեքներին համապատասխան,
3. y յուրաքանչյուր ռանգի համար որոշվում է իրենից հետո տեղակայված և իր մեծությունը գերազանցող ռանգերի թիվը: Այդ թվերը գումարելով՝ որոշում են P մեծությունը,
4. y յուրաքանչյուր ռանգի համար որոշվում է իրենից հետո տեղակայված և իր մեծությունից փոքր ռանգերի թիվը: Պրանց գումարային մեծությունը նշանակվում է Q -ով,
5. շարքի բոլոր անդամների կտրվածքով որոշվում է բալերի գումարը ($S=P+Q$):

Օրինակ: Նախորդ օրինակի տվյալներով (աղյուսակ 6.11) որոշել Կենդալի ռանգային կոռելյացիայի գործակիցը:

$$P = 6 + 8 + 6 + 5 + 1 + 3 + 2 + 1 + 0 = 32,$$

$$Q = 3 + 0 + 1 + 1 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 13,$$

այսպիսով,

$$\tau = \frac{2 \cdot (32 - 13)}{10 \cdot (10 - 1)} = 0.42,$$

ինչը վկայում է դիտարկվող հատկանիշների միջև միջինին մոտ կապի առկայության մասին:

Հատկանիշների միջև կապը կարելի է համարել վիճակագրորեն նշանակալի, եթե Սպիրմենի և Կենդալի ռանգային կոռելյացիայի գործակիցները մեծ են 0.5-ից:

Կամավոր թվով կարգավորված հատկանիշների միջև կապի սերտությունը որոշելու համար կիրառվում է ռանգային կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը (կոնկորդացիայի գործակից) W , որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2 \cdot (n^3 - n)},$$

որտեղ m -ը գործոնների թիվն է,

n -ը՝ դիտարկումների թիվը,

S -ը՝ ըստ տողի ռանգերի գումարի քառակուսիների գումարի և ըստ տողերի ռանգերի գումարի քառակուսու միջինի տարբերությունն է:

Օրինակ: Աղյուսակ 6.3-ի տվյալներով որոշել մարզի առևտրային բանկերի գործունեության հիմնական ցուցանիշների միջև կախվածությունը: Կոնկորդացիայի գործակցի հաշվարկը ներկայացնենք 6.12 աղյուսակի միջոցով.

Աղյուսակ 6.12

Կոնկորդացիայի գործակցի հաշվարկը

Բան- կի հա- մարը	Ակտիվ- ների արժեք y	Վարկա- յին մե- դրումներ x_1	Մեփա- կան կապի- տալ x_2	R_y	R_{x_1}	R_{x_2}	Տողի ռան- գերի գումար	Գումարի քա- ռակու- սի
1	3176	2496	209	7	7	7	21	441
2	3066	1962	201	6	6	6	18	324
3	2941	783	177	5	3	5	13	169
4	1997	1319	136	4	5	3	12	144
5	1865	1142	175	3	4	4	11	121
6	1194	658	88	2	2	2	6	36
7	518	311	60	1	1	1	3	9
	-	-	-	-	-	-	84	1244

Լուծում.

$$S = 1244 - \frac{84^2}{7} = 236, \quad W = \frac{12 \cdot 236}{3^2 \cdot (7^3 - 7)} = 0.94:$$

Կոնկորդացիայի գործակցի նշանակալիությունն ստուգվում է Պիրսոնի χ^2 -չափանիշի հիման վրա.

$$\chi_{\text{հաշվ.}}^2 = \frac{12 \cdot S}{m \cdot n \cdot (n-1)}:$$

Մեր օրինակի համար այն հավասար է՝

$$\chi_{\text{հաշվ.}}^2 = \frac{12 \cdot 236}{3 \cdot 7 \cdot (7-1)} = 22.5:$$

Հաշվարկային արժեքը մեծ է աղյուսակայինից, ինչը հաստատում է կոնկորդացիայի գործակցի նշանակալիությունը և վկայում է դիտարկվող

հատկանիշների միջև սերտ կապի մասին $\chi^2_{\text{հաշվ.}} = 22.5 > \chi^2_{\text{աղ.}} = 12.59$
($\alpha = 0.05, v = n - 1 = 6$):

6.2. Խնդիրներ և վարժություններ

6.1. Օգտագործելով զուգահեռ տվյալների բերման մեթոդը՝ սահմանել տնտեսության հիմնական ֆոնդերի (լրիվ սկզբնական արժեքով 2003թ. վերջին) և արդյունաբերական արտադրանքի ծավալի միջև գոյություն ունեցող կապի ուղղությունն ու բնույթն ըստ հանրապետության 18 շրջանների.

Շրջանի համարը	Տնտեսության հիմնական ֆոնդերը (լրիվ սկզբնական արժեքով) տարեվերջին, մլրդ. դրամ	Արդյունաբերական արտադրանքի ծավալ, մլրդ. դրամ
1	145.8	41.4
2	113.4	14.5
3	129.3	36.0
4	211.9	33.1
5	84.6	14.4
6	105.8	22.1
7	83.7	13.3
8	124.5	26.1
9	129.1	61.2
10	659.7	137.5
11	64.4	13.8
12	110.4	22.8
13	125.2	27.0
14	111.6	12.6
15	175.8	28.6
16	156.5	45.0
17	185.4	45.5
18	1384.5	224.8

6.2. Սահմանել տեխնոլոգիաների և տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանումը բնութագրող չորս ցուցանիշների միջև գոյություն ունեցող կապի ուղղությունն ու բնույթն ըստ հանրապետության 10 մարզերի՝ օգտագործելով զուգահեռ տվյալների բերման մեթոդը.

Մարզի համարը	Համաձայնագրերի քիվը	Համաձայնագրի առարկայի արժեքը	Համաձայնագրի առարկայի գույտ արժեքը	Ստացումներն ըստ համաձայնագրերի
1	9	0.49	0.49	0.42
2	7	4.19	4.18	0.19
3	3	0.11	0.11	0.11
4	20	3.69	3.69	2.38

5	8	0.51	0.51	0.51
6	11	5.10	5.05	2.04
7	6	0.52	0.52	0.52
8	13	1.75	1.74	0.28
9	18	4.28	4.22	3.30
10	16	2.49	2.48	0.30

6.3. Կոռելյացիոն դաշտի միջոցով գրաֆիկորեն ներկայացնել հետևյալ տվյալները բաժնետոմսերի վաճառքների ծավալի (01.01.2004թ. դրությամբ) և դրանց մարման եկամտաբերության կախվածության վերաբերյալ.

Խմբերն ըստ վաճառքների ծավալի, մլն. դրամ, y	Սերիաների խմբերն ըստ մարման եկամտաբերության, %, x				Ընդամենը սերիաներ
	43 - 50	50 - 57	57 - 64	64 - 71	
3 - 59	3				3
59 - 115	2	3			5
115 - 171	3	1			4
171 - 227		4	5		9
227 - 283			3		3
283 - 339				2	2
Ընդամենը	8	8	8	2	26

Հաշվարկել γ_i (խմբերի միջինները) և կառուցել ռեգրեսիայի էմպիրիկ գիծը:

6.4. Շինարարական ֆիրմաների հիմնական ֆոնդերի ակտիվ մասի արժեքի և արտադրության ծախսերի միջև փոխկապվածությունը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Շինմոնտաժային աշխատանքների ծախսերը %-ով հիմնական ֆոնդերի ակտիվ մասի արժեքի նկատմամբ	Հիմնական ֆոնդերի ակտիվ մասի արժեքը, մլն. դրամ				Ընդամենը ֆիրմաներ
	50 - 100	100 - 150	150 - 200	200 - 250	
1 - 5			2	4	6
5 - 9		2	6	4	12
9 - 13		5	3		8
13 - 17	2	2			4
17 - 21	5				5
Ընդամենը	7	9	11	8	35

Կառուցել կոռելյացիոն դաշտը և ռեգրեսիայի էմպիրիկ գիծը:

6.5. Հաշվարկել կոռելյացիայի գծային գործակիցը 6.1. խնդրի տվյալներով: Բնութագրել հատկանիշների միջև կապի սերտությունը ու ուղղությունը:

6.6. Խնդիր 6.2-ի տվյալներով կազմել տեխնոլոգիաների ու տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրերից ստացումների և համաձայնագրերի առարկայի զուտ արժեքի կախվածության ռեգրեսիայի գծային հավասարումը: Որոշել հավասարման պարամետրերը (a_0 և a_1): Վերլուծել ստացված պարամետրերը:

6.7. Օգտագործելով 6.2. խնդրի տվյալները՝ որոշել համաձայնագրերի առարկայի արժեքի և համաձայնագրերից ստացումների միջև կոռելյացիոն կախվածության տեսակը: Կառուցել ռեգրեսիայի գծային հավասարումը, հաշվարկել կոռելյացիայի գործակիցը և կոռելյացիոն հարաբերությունը:

6.8. Որոշել կոռելյացիոն կախվածության տեսակը համաձայնագրերի թվի և տեխնոլոգիաների ու տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրի առարկայի արժեքի ցուցանիշների միջև, 6.2. խնդրի տվյալներով: Հաշվարկել ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերը, գնահատել կապի սերտությունը ու ուղղությունը:

6.9. Արդյունաբերության որևէ ճյուղի 10 ձեռնարկությունների թողարկած արտադրանքի ծավալի և հաշվեկշռային շահույթի միջև կախվածությունը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ձեռնարկության համարը	Իրացված արտադրանքի ծավալը, մլրդ. դրամ	Հաշվեկշռային շահույթը, մլրդ. դրամ
1	491.8	133.8
2	483.0	124.1
3	481.7	62.4
4	478.7	62.9
5	476.9	51.4
6	475.2	72.4
7	474.4	99.3
8	459.5	40.9
9	452.9	104.0
10	446.5	116.1

Որոշել կոռելյացիոն կախվածության տեսակը, կառուցել ռեգրեսիայի հավասարումը, հաշվարկել հավասարման պարամետրերը և կապի սերտությունը: Բացատրել ստացված վիճակագրական բնութագրերը:

6.10. Որոշել կոռելյացիոն կախվածության տեսակը պարտատոմսերի վաճառքների ծավալի և դրանց մարման եկամտաբերության միջև 6.3. խնդրի տվյալներով: Գտնել ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերը, որոշել կապի սերտությունը: Վերլուծել ստացված արդյունքները:

6.11. Որոշել կոռելյացիոն կախվածության տեսակը 35 շինարարական ֆիրմաների հիմնական ֆոնդերի ակտիվ մասի արժեքի և աշխատանքների արտադրության ծախսումների միջև 6.4. խնդրի տվյալների հիման վրա: Հաշվարկել ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերը, կոռելյացիայի գործակիցը և կոռելյացիոն հարաբերությունը: Համեմատել կոռելյացիայի գործակիցի և կոռելյացիոն հարաբերության մեծությունները: Կատարել եզրակացություններ:

6.12. Հիմնական ֆոնդերի արժեքի և հումքի միջին օրական վերամշակման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Հիմնական ֆոնդերի արժեքը, մլն. դրամ	Հումքի միջին օրական վերամշակումը, հազ. ցնետներ				Ընդամենը
	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	
300 - 400	2				2
400 - 500	5	2			7
500 - 600	2	4	6		12
600 - 700		2	3	5	10
700 - 800			2	2	4
Ընդամենը	9	8	11	7	35

Որոշել կոռելյացիոն կախվածության տեսակը, գտնել ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերը, որոշել կապի սերտությունը: Վերլուծել ստացված արդյունքները:

6.13. Հաշվարկել Սպիրմենի ռանգերի կոռելյացիայի գործակիցը 6.2. խնդրի տվյալներով՝ հանրապետության 10 մարզերի տեխնոլոգիաների և տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրերի առարկայի արժեքի և այդ համաձայնագրերից ստացումների մեծության միջև: Ստացված արդյունքը համեմատել 6.7. խնդրի արդյունքի հետ:

6.14. Հաշվարկել Սպիրմենի ռանգերի կոռելյացիայի գործակիցը 6.2. խնդրի տվյալներով՝ հանրապետության 10 մարզերի տեխնոլոգիաների և տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրերի թվի և համաձայնագրերի առարկայի արժեքի միջև: Ստացված արդյունքը համեմատել 6.8. խնդրի արդյունքի հետ:

6.15. Հաշվարկել Կենդալի ռանգերի կոռելյացիայի գործակիցը 6.2. խնդրի տվյալներով՝ հանրապետության 10 մարզերի տեխնոլոգիաների և տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրերի առարկայի արժեքի և համաձայնագրերի մուտքերի մեծության միջև: Ստացված արդյունքը համեմատել 6.7. և 6.13. խնդիրների արդյունքների հետ:

6.16. Հաշվարկել Կենդալի ռանգերի կոռելյացիայի գործակիցը 6.2. խնդրի տվյալներով՝ հանրապետության 10 մարզերի տեխնոլոգիաների և

տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրերի թվի և համաձայնագրերի առարկայի արժեքի միջև: Ստացված արդյունքը համեմատել 6.8. և 6.14. խնդիրների արդյունքների հետ:

6.17. Որոշել կոնկորդացիայի գործակիցը 6.2. խնդրի տվյալներով՝ հանրապետության 10 մարզերի տեխնոլոգիաների և տեխնիկական բնույթի ծառայությունների արտահանման համաձայնագրերի թվի, համաձայնագրերի առարկայի արժեքի և համաձայնագրերի մուտքերի մեծության միջև: Կատարել եզրահանգումներ:

6.18. Կառուցել ռեգրեսիայի ուղղագիծ հավասարումը և հաշվարկել կոռելյացիայի գծային գործակիցը հետևյալ տվյալների հիման վրա.

$$\overline{xy} = 100, \bar{x} = 10, \bar{y} = 8, \overline{x^2} = 136, \overline{y^2} = 100, a_0 = 4.8:$$

6.19. Որոշել ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերը (a_0 և a_1)՝ օգտագործելով հետևյալ տվյալները.

$$\bar{x} = 20, \bar{y} = 10, \vartheta_x = 0.8:$$

6.20. Կառուցել ռեգրեսիայի ուղղագիծ հավասարումը և հաշվարկել կոռելյացիայի գծային գործակիցը հետևյալ տվյալների հիման վրա.

$$\overline{xy} = 120, \bar{x} = 10, \bar{y} = 10, \overline{x^2} = 149, \overline{y^2} = 125, \vartheta_x = 0.6:$$

6.21. Ունենալով հետևյալ տվյալները՝ կառուցել ռեգրեսիայի ուղղագիծ հավասարումը.

$$a_0 = 3.5, r_{xy} = 0.85, \sigma_y^2 = 36, \sigma_x^2 = 49:$$

6.22. Հետևյալ տվյալների հիման վրա հաշվարկել կոռելյացիայի գործակիցը և կատարել հետևություններ.

$$\sum x = 70, \sum y = 50, \sum xy = 320, \sum x^2 = 500, \sum y^2 = 500, n = 10:$$

6.23. Սեփականության տարբեր ձևերի ձեռնարկություններում աշխատողների կենսամակարդակի հետազոտման նպատակով հարցվել է 100 ռեսպոնդենտ: Հարցման արդյունքները ներկայացված են հետևյալ աղյուսակում.

Ձեռնարկության սեփականության ձևը	Կենսամակարդակով բավարարվածությունը		Ընդամենը
	լիովին բավարարված է	բավարարված չէ	
Պետական	30	55	85
Մասնավոր	10	5	15
Ընդամենը	40	60	100

Հաշվարկել ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները: Ձևակերպել ստացված գործակիցների վերլուծությունից բխող եզրահանգումներ:

6.24. Հայտնի են հետևյալ տվյալները՝ հացահատիկային մշակաբույսերի ցանքատարածության, համախառն բերքի և հանքային պարարտանյութերի օգտագործման վերաբերյալ.

Ֆերմերային տնտեսության համարը	Հացահատիկային մշակաբույսերի ցանքատարածությունը, հազ. հա	Համախառն բերքը, հազ. տ	Հանքային պարարտանյութերի օգտագործումը 1 հեկտարի հաշվով
1	4.0	6.0	30
2	2.0	4.6	33
3	3.1	4.4	20
4	3.2	4.5	25
5	3.4	5.5	29
6	3.5	4.8	20
7	3.7	5.1	21
8	3.2	5.2	20
9	3.9	7.0	35
10	3.5	5.3	30
11	5.0	7.5	35
12	3.7	7.7	30
13	5.0	7.3	40
14	3.8	7.0	42
15	5.0	6.7	39

Օգտագործելով զուգահեռ շարքերի ներկայացման մեթոդը՝ սահմանել գործոնների միջև կապի բնույթն ու ուղղությունը: Կառուցել ռեգրեսիայի բազմագործոն հավասարումը՝ նախապես ձևակերպելով և հիմնավորելով արդյունքային և գործոնային հատկանիշների ընտրությունը: Հաշվարկել հավասարման պարամետրերը և կոռելյացիայի բազմակի ու մասնակի գործակիցները: Վերլուծել ստացված արդյունքները:

6.25. Ձեռնարկությունների բաշխումն ըստ դրանց գնման միջոցների աղբյուրների բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Միջոցների աղբյուրները	Սկզբնական բիզնես	Հասուն բիզնես	Ընդամենը
Բանկի վարկ	31	32	63
Սեփական միջոցներ	38	15	53
Ընդամենը	69	47	116

Հաշվարկել ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները: Ինչպիսի եզրահանգումներ կարելի է կատարել այդ գործակիցների արժեքների հիման վրա:

6.26. Բանվորների՝ աշխատանքից ազատվելու կախվածությունը ձեռնարկության սեփականության ձևից, հետազոտվել է 200 ռեսպոն-

դեմտների սոցիոլոգիական հարցման միջոցով, որի արդյունքները ներկայացված են հետևյալ աղյուսակում.

Ուսանողների կարծիքը	Բանվորներ		Ընդամենը
	պետական ձեռնարկություններ	կոոպերատիվներ	
Շատ հնարավոր է գործնականում բացառվում է	55	48	103
	45	52	97
Ընդամենը	100	100	200

Հաշվարկել ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները: Վերլուծել ստացված արդյունքները:

6.27. Երևան քաղաքի աշակերտների բաշխումն ըստ դպրոցի տիպերի ու «Ինֆորմատիկա և հաշվողական տեխնիկա» ուսումնական առարկայի բարդության գնահատականի, ունի հետևյալ տեսքը (մարդ).

Դպրոցի տիպերը	Կուրսի լավ յուրացում	Կուրսի միջին յուրացում	Պրոբլեմներ կուրսի յուրացման հետ	Ընդամենը
Ա	85	10	5	100
Բ	80	10	10	100
Գ	60	20	20	100
Ընդամենը	225	40	35	300

Հաշվարկել Պիրսոնի և Չուպրովի փոխարվածության գործակիցները: Կատարել եզրահանգումներ:

6.28. «Վիճակագրության ընդհանուր տեսություն» առարկայի դասախոսների արհեստավարության մասին ուսանողների գնահատականները ներկայացված են հետևյալ աղյուսակում.

Դասախոսների որակի գնահատման չափանիշներ	Գնահատականը				Ընդամենը
	բարձր	միջին	ցածր	դժվարանում են պատասխանել	
Առարկայի իմացություն	62	26	1	11	100
Սովորեցնելու ունակություն	21	61	8	10	100
Նորի դյուրըմբռնություն	20	51	10	19	100
Ինքնագրագծման ընդունակություն	25	51	10	14	100
Ընդամենը	128	189	29	54	400

Հաշվարկել Պիրսոնի և Չուպրովի փոխարվածության գործակիցները և դրանց հիման վրա կատարել եզրահանգումներ:

6.29. Պոտենցիալ միգրանտների հիմնական կատեգորիաների բաշխումն ըստ կրթական մակարդակի բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Կրթություն	Պոտենցիալ միգրանտների հիմնական կատեգորիաները				Ընդամենը
	դեկավարներ	մասնագետներ	ծառայողներ	բանվորներ	
Բարձրագույն	55	48	12	7	122
Ոչ լրիվ բարձրագույն	5	3	3	5	16
Միջ. մասնագիտական	36	44	51	39	170
Ընդհանուր միջնակարգ	4	4	33	39	80
Ոչ լրիվ միջնակարգ	0	1	1	10	12
Ընդամենը	100	100	100	100	400

Հաշվարկել փոխարվածության գործակիցների բոլոր հնարավոր վերափոխակները: Ձևակերպել եզրահանգումներ:

6.30. Շինարարական ֆիրմայի աշխատողների կատեգորիաների բաշխումն աշխատանքի ստաժից կախված, բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Աշխատանքի ստաժը, տարի	Աշխատողների կատեգորիաներ			Ընդամենը
	դեկավարներ	ծառայողներ	բանվորներ	
Մինչև 5	10	11	176	197
5 – 10	7	23	216	246
10 – 15	5	24	131	160
15 – 20	3	20	120	143
20 և ավելի	3	21	118	142
Ընդամենը	28	99	761	888

Որոշել կոռելյացիայի բխերիալ գործակցի բոլոր հնարավոր տարբերակները: Բացատրել ստացված գործակցի մեծությունը:

6.31. Պոտենցիալ էմիգրանտների հիմնական կատեգորիաների ըստ տարիքի բաշխման վերաբերյալ, հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Տարիքը, տարեկան	Աշխատողների կատեգորիաներ				Ընդամենը
	դեկավարներ	մասնագետներ	ծառայողներ	բանվորներ	
Մինչև 30	5	12	19	21	57
31 – 40	30	37	40	38	145
41 – 50	39	33	27	28	127
51 և բարձր	26	18	14	13	71
Ընդամենը	100	100	100	100	400

Որոշել կոռելյացիայի բխերիալ գործակցի բոլոր հնարավոր տարբերակները: Վերլուծել ստացված արդյունքները:

**ՍՈՑԻԱԼ-ՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ
ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ**

7.1 Մեթոդական ցուցումներ և սիդային խնդիրների լուծում

Դինամիկայի շարքերի սեսակներ: Դինամիկայի ցուցանիշներ: Դինամիկայի շարքերը կախված մակարդակների արտահայտման եղանակից, ստորաբաժանվում են բացարձակ, հարաբերական և միջին մեծություներով շարքերի: Կախված նրանից, թե շարքի մակարդակները արտահայտում են երևույթի վիճակն ըստ ժամանակի պահերի (ամսվա, եռամսյակի, տարվա սկիզբ) կամ դրա մեծությունը որոշակի ժամանակահատվածների համար (օրինակ՝ օրվա, ամսվա, տարվա կտրվածքով), տարբերում են պահային և միջակայքային շարքեր: Դինամիկայի շարքերը կարող են լինել հավասարահեռ (ըստ ժամանակի) և անհավասարահեռ մակարդակներով:

Օրինակ: Հայտնի են հետևյալ տվյալները ՀՀ-ում գրքերի թողարկման վերաբերյալ (հազ. տպաքանակ).

1996	1997	1998	1999	2000
36	45	46	48	60

Նշվածը, ըստ ժամանակի հավասարահեռ մակարդակներով, բացարձակ տվյալներով միջակայքային դինամիկայի շարք է: Դրա մակարդակները բնութագրում են գրքերի թողարկման հանրագումարը ժամանակի հստակ որոշված հատվածում: Միջակայքային դինամիկայի շարքի մակարդակները կարող են գումարվել, քանի որ չեն պարունակում կրկնակի հաշվարկ:

Ժամանակի հավասարահեռ մակարդակներով բացարձակ մեծություների պահային շարքի օրինակ է հանդիսանում ՀՀ-ում նախադպրոցական հիմնարկների թիվը (տարեվերջին) ցուցադրող հետևյալ շարքը.

1997	1998	1999	2000	2001
943	856	844	769	717

Տվյալ շարքի մակարդակները որոշակի պահի դրությամբ (տարեվերջ) նախադպրոցական հիմնարկների թվի հաշվառման ընդհանրացված հանրագումարն է: Պահային դինամիկայի շարքի առանձին մակարդակներ պարունակում են կրկնակի հաշվառման տարրեր, քանի որ առանձին նախադպրոցական հիմնարկներ, օրինակ՝ 1997թ. հաշվառվածների մեծամասնությունը, գոյություն ունեն մեկ անգամ անցնելով 2001թ. համակցության միավորներ: Այս ամենն անիմաստ է դարձնում պահային շարքի մակարդակների գումարումը:

Դինամիկայի շարքերի վերլուծության կարևորագույն ուղղություններից մեկը հանդիսանում է ըստ առանձին ժամանակահատվածների երևույթի զարգացման առանձնահատկությունների ուսումնասիրությունը:

Ուսումնասիրվող երևույթների զարգացման յուրահատկությունը բացահայտելու նպատակով որոշում են դինամիկայի շարքի փոփոխությունների բացարձակ և հարաբերական ցուցանիշներ:

Շարքի յուրաքանչյուր մակարդակ համեմատելով նախորդի հետ՝ ստանում են դինամիկայի շղթայական ցուցանիշներ, իսկ միևնույն մակարդակի հետ համեմատելով՝ բազիսային ցուցանիշներ:

Օրինակ: Պահանջվում է կատարել մսի պահածոների վաճառքի դինամիկայի վերլուծություն 1999-2003թթ. պայմանական տվյալներով: Հարմարության և ակնառության համար ելակետային և հաշվարկված ցուցանիշները բերված են 7.1 աղյուսակում:

Աղյուսակ 7.1

Մսի պահածոների վաճառքի դինամիկան մարզերից մեկում 1999-2003թթ. և դինամիկայի վերլուծական ցուցանիշների հաշվարկը

Տարի	Մսի պահածոներ, մլն. պայմ. տուփ	Բացարձակ հավելած. մլն. պայմ. տուփ		Աճի տեմպ, տոկոս		Հավելվածի տեմպ, տոկոս		1% հավելվածի բացարձակ նշանակությունը
		նախորդ տարվա համեմատ	1999թ. համեմատ	նախորդ տարվա համեմատ	1999թ. համեմատ	նախորդ տարվա համեմատ	1999թ. համեմատ	
Ա	1	2	3	4	5	6	7	8
1999	891	-	-	-	100.0	-	0.0	-
2000	806	-85	-85	90.5	90.5	-9.5	-9.5	8.91
2001	1595	+789	+704	197.9	179.0	97.9	79.0	8.06
2002	1637	+42	+746	102.63	183.7	2.63	83.7	15.95
2003	1651	+14	+760	100.85	185.3	0.85	85.3	16.37
Ընդամենը	6580	+760	-	-	-	-	-	-

Դինամիկայի շարքի մակարդակների աճի (նվազման) բացարձակ արագությունն արտահայտելու նպատակով հաշվարկում են բացարձակ հավելած վիճակագրական ցուցանիշը: Դրա մեծությունը որոշվում է երկու համեմատելի մակարդակների տարբերության միջոցով: Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\Delta y_{(p)/i} = y_i - y_1, \text{ կամ } \Delta y_{(2)/i-1} = y_i - y_{i-1},$$

որտեղ y_i -ն դինամիկայի շարքի i -րդ տարվա մակարդակն է,

y_1 -ը՝ դինամիկայի շարքի բազիսային մակարդակը:

Պահածոների վաճառքի բացարձակ նվազումը 2000 թվականին 1999 թվականի համեմատությամբ կազմել է՝ 806-891=-85 մլն. պայմանական տուփ (7.1 աղյուսակի 2-րդ սյուն), իսկ 2003 թվականին պահածոների

վաճառքը 1999 թվականի համեմատությամբ ավելացել է 760 մլն. պայմանական տուփով (սյուն 3):

Դինամիկայի շարքի մակարդակների փոփոխության ինտենսիվությունը գնահատվում է ընթացիկ մակարդակը նախորդ կամ բազիսային մակարդակի վրա հարաբերելու միջոցով, որը միշտ իրենից ներկայացնում է դրական թիվ: Այդ ցուցանիշն ընդունված է անվանել *աճի տեմպ*: Այն արտահայտվում է տոկոսով, այսինքն՝

$$T_{\omega(p)} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100, \text{ կամ } T_{\omega(z)} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100:$$

Այսպես՝ 2003թ. աճի տեմպը 1999թ. համեմատությամբ կազմել է $\left(\frac{1651}{891}\right) \cdot 100 = 185.3\%$ (աղյուսակ 7.1-ի 5-րդ սյուն):

Աճի տեմպը կարող է արտահայտվել նաև գործակցի տեսքով (K_{ω}): Այդ դեպքում այն ցույց է տալիս, թե քանի անգամ է շարքի տվյալ մակարդակը մեծ բազիսային տարվա մակարդակից կամ վերջինիս որ մասն է կազմում:

Դինամիկայի շարքի մակարդակների բացարձակ հավելածի մեծության փոփոխությունը հարաբերական մեծություններով արտահայտելու նպատակով որոշվում է հավելածի տեմպը ($T_{\text{հավ}}$), որը հաշվարկվում է որպես բացարձակ հավելածի և նախորդ կամ բազիսային մակարդակի հարաբերություն, այսինքն՝

$$T_{\text{հավ}(p)} = \frac{\Delta y_{p1}}{y_1} \cdot 100 = \frac{y_i - y_1}{y_1} \cdot 100,$$

$$\text{կամ } T_{\text{հավ}(z)} = \frac{\Delta y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100 = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100:$$

Հավելածի տեմպը կարող է հաշվարկվել նաև հավելածի տեմպից հանելով 100%, այսինքն՝

$$T_{\text{հավ}} = T_{\omega} - 100:$$

Մեր օրինակում (աղյուսակ 7.1-ի 6-րդ և 7-րդ սյուները) ցույց է տրվում, թե քանի տոկոսով է պահածոների վաճառքը 2003թ. աճել 1999թ.

նկատմամբ՝ $\left(\frac{760}{891}\right) \cdot 100 = 85.3\%$ կամ $185.3 - 100 = 85.3\%$:

Մեկ տոկոս հավելածի բացարձակ նշանակության ցուցանիշը որոշվում է որպես բացարձակ հավելածի և համապատասխան հավելածի տեմպի (տոկոսով արտահայտված) հարաբերության արդյունք, այսինքն՝

$$A_{1\%} = \frac{\Delta y_{i-1}}{T_{\text{հավ}}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{1}{100} \cdot y_{i-1}:$$

Տվյալ ցուցանիշը տնտեսագիտական իմաստ ունի միայն շղթայական եղանակով հաշվարկելու դեպքում:

Մեկ տոկոս հավելածի բացարձակ նշանակությունը 2003թ. հավասար է՝ $0.01 \cdot 1637 = 16.37$, կամ $\frac{14}{0.855} = 16.37$ մլն. պայմանական տուփ:

Դինամիկայի շարքի *միջին ցուցանիշները* հանդիսանում են շարքի բացարձակ մակարդակների, շարքի մակարդակների փոփոխության բացարձակ արագության և ինտենսիվության ընդհանրացնող բնութագիրը: Տարբերում են հետևյալ միջին ցուցանիշները. դինամիկայի շարքի միջին մակարդակ, միջին բացարձակ հավելած, աճի և հավելածի միջին տեմպ:

Դինամիկայի շարքի *միջին մակարդակների* հաշվարկման մեթոդները կախված են շարքի տեսակից և վիճակագրական տվյալների ստացման եղանակից:

Ժամանակի *հավասարահեռ* մակարդակներով դինամիկայի միջակայքային շարքում միջին մակարդակի հաշվարկը կատարվում է *պարզ միջին թվաբանականի* բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}:$$

Մեր օրինակում մսի պահածոների միջին վաճառքը հինգ տարվա համար կազմել է. $\bar{y} = \frac{6580}{5} = 1316$ մլն. պայմանական տուփ:

Եթե դինամիկայի միջակայքային շարքն ունի *անհավասարահեռ* մակարդակներ, ապա շարքի միջին մակարդակը հաշվարկվում է *կշռված միջին թվաբանականի* բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum t_i},$$

որտեղ t -ն ժամանակի հատվածների թիվն է, որի ընթացքում մակարդակը չի փոխվում:

Հավասարահեռ մակարդակներով պահային շարքի միջին մակարդակը հաշվարկվում է *միջին ժամանակագրականի* բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n-1},$$

որտեղ n -ը շարքի մակարդակների թիվն է:

Անհավասարահեռ մակարդակներով պահային դինամիկայի շարքի միջին մակարդակը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2(t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1})} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1})t_i}{2 \sum_{i=1}^{n-1} t_i},$$

որտեղ t_i -ն մակարդակների միջև ընկած ժամանակահատվածի մեծությունն է:

Միջին բացարձակ հավելածի որոշումը կատարվում է շղթայական բացարձակ հավելածների հիման վրա.

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_{y/i-1}}{n-1} \quad \text{կամ} \quad \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1},$$

որտեղ y_i , y_n -ը դինամիկայի շարքի առաջին և վերջին մակարդակներն են:

Մսի պահածոների վաճառքի միջին տարեկան բացարձակ հավելածը 1999-2003թթ. հավասար է՝ $\bar{\Delta} = \frac{760}{4} = 190$ կամ $\bar{\Delta} = \frac{1651 - 891}{4} = 190$ մլն.

պայմանական տուփ:

Աճի միջին տարեկան տեմպը որոշվում է միջին երկրաչափականի բանաձևով.

$$\bar{T}_w = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot \dots \cdot K_n} = \sqrt[n]{\prod K_{w/i-1}} \quad \text{կամ} \quad \bar{T}_w = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}},$$

որտեղ $K_{w/i-1} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ - շղթայական աճի գործակիցն է,

n -ը՝ աճի տեմպերի թիվը:

Անհավասարահեռ ժամանակի մակարդակներով դինամիկայի շարքում աճի միջին տեմպը հաշվարկվում է կշռված միջին երկրաչափականի բանաձևով.

$$\bar{T}_w = \sqrt[n]{K_1^{t_1} \cdot K_2^{t_2} \cdot \dots \cdot K_n^{t_n}}:$$

որտեղ t -ն ժամանակի միջակայքն է, որի ընթացքում պահպանվում է աճի տվյալ տեմպը,

$\sum t$ -ն՝ ժամանակահատվածների գումարը:

Մեր օրինակում մսի պահածոների վաճառքի աճի միջին տարեկան տեմպը 2000-2003թթ. հավասար է՝

$$\bar{T}_w = \sqrt[4]{0.905 \cdot 1.979 \cdot 1.026 \cdot 1.009} = \sqrt[4]{1.853} = 1.167$$

$$\text{կամ } \bar{T}_w = \sqrt[4]{\frac{1651}{891}} = \sqrt[4]{1.853} = 1.167 \quad \text{կամ } 116.7\% - \text{ի:}$$

Հավելածի միջին տարեկան տեմպն ստանում են աճի միջին տեմպից հանելով 100%: Մեր օրինակում այն հավասար է՝

$$\bar{T}_{\text{հավ}} = \bar{T}_w - 100 = 116.7 - 100 = 16.7\%:$$

Դինամիկայի բարձրի մեակման և վերլուծության հնարքները: Դինամիկայի շարքերի վերլուծության ժամանակ երբեմն առաջանում է շարքերի միակցման անհրաժեշտությունը, այսինքն՝ երևույթի փոփոխությունը բնութագրող երկու և ավելի շարքերի միավորումը մեկ շարքի: Միակցումն անհրաժեշտ է այն դեպքերում, երբ շարքի մակարդակները համադրելի չեն՝ կապված տարածքային, գերատեսչական կամ կազմակերպչական փոփոխությունների, հաշվարկման մեթոդաբանության փոփոխության հետ: Գոյություն ունի դինամիկայի շարքերը համադրելի տեսքի բերելու մի քանի եղանակ:

Օրինակ: Մարզերից մեկում արդյունաբերական արտադրանքի ընդհանուր ծավալը (փաստացի գործող գներով) բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

(մլրդ. դրամ)

Արդյունաբերական արտադրանքի մակարդակները	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Մարզի հին սահմաններում	20.1	20.7	21.0	21.2	-	-	-
Մարզի նոր սահմաններում	-	-	-	23.8	24.6	25.5	27.2

Դինամիկայի շարքը համադրելի տեսքի բերելու նպատակով որոշենք երկու շարքերի մակարդակների հարաբերակցության գործակիցը 2000թ. համար.

$$\frac{23.8}{21.2} = 1.12:$$

Առաջին շարքի մակարդակները բազմապատկելով այդ գործակցով, ստանում ենք դրանց համադրելիությունը երկրորդ շարքի մակարդակների հետ.

$$1999\text{թ.} \quad 20.1 \cdot 1.12 = 22.5,$$

$$2000\text{թ.} \quad 20.7 \cdot 1.12 = 23.2,$$

$$2001\text{թ.} \quad 21.0 \cdot 1.12 = 23.5:$$

Այսպես՝ ստացվեց մարզերից մեկի արդյունաբերական արտադրանքի ընդհանուր ծավալի դինամիկայի համադրելի շարքը (փաստացի գոր-

ծող գներով, համապատասխան տարիների կառուցվածքով և մեթոդաբանությամբ) նոր սահմանների շրջանակներում.

1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
22.5	23.2	23.5	23.8	24.6	25.5	27.2

Դինամիկայի շարքերի միակցման հաջորդ եղանակի իմաստը կայանում է նրանում, որ այն տարվա մակարդակները, որում կատարվել են փոփոխություններ (ներ օրինակում 2000թ. մակարդակները, այսինքն՝ 21.2 և 23.8), ընդունվում են 100%, իսկ մյուս մակարդակները վերահաշվարկվում են տոկոսներով այդ համապատասխան մակարդակների համեմատ: Արդյունքում ստացվում է հոծ շարք: Տվյալ եղանակն օգտագործելով մեր օրինակի համար, ստանում ենք հետևյալ դինամիկայի շարքը.

Ցուցանիշ	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Արտադրանքի ընդհանուր ծավալը մարզի նոր սահմաններում	94.8	97.6	99.1	100.0	103.4	107.2	114.3

Դինամիկայի բարձր հիմնական տեղեկության թափանցիկությունը: Դինամիկայի շարքերում երևույթի զարգացման հիմնական տեղեկության ուսումնասիրության ժամանակ օգտագործվում են տարբեր հնարքներ և մեթոդներ:

Դրանցից մեկը *միջակայքերի խոշորացման մեթոդն է:* Տվյալ մեթոդը հիմնված է այն ժամանակի հատվածների խոշորացման վրա, որոնց վերաբերում են շարքի մակարդակները: Օրինակ՝ արտադրանքի առօրյա թողարկման շարքը փոխարինվում է արտադրանքի ամսական թողարկման շարքով և այլն:

Հաջորդ հնարքն է՝ *սահող միջինների մեթոդը*, որի էությունը կայանում է որոշակի ժամանակահատվածների փաստացի բացարձակ տվյալները միջին թվաբանականներով դրանց փոխարինելու մեջ: Միջինների հաշվարկը կատարվում է սահելու եղանակով, այսինքն՝ հաջորդաբար հեռացնելով սահելու ընտրված ժամանակահատվածից առաջին մակարդակը և ընդգրկելով հաջորդը:

Օրինակ: Ձեռնարկությունում լվացքի մեքենաների արտադրության 2002-2003թթ. 15 ամսվա տվյալների հիման վրա կատարել շարքի հարթեցում երեքանդամյա և չորսանդամյա սահող միջինների մեթոդով (աղյուսակ 7.2):

Վերցնելով առաջին երեք ամսվա տվյալները՝ հաշվարկում ենք երեքանդամյա գումարները, իսկ հետագայում՝ միջինները.

$$\bar{y}_1 = \frac{155 + 163 + 167}{3} = \frac{485}{3} = 161.7,$$

$$\bar{y}_2 = \frac{163 + 167 + 131}{3} = \frac{461}{3} = 153.7 \text{ և այլն:}$$

Սահելու միջակայքը կարելի վերցնել նաև զույգ (չորս, վեց և այլն): Անդամների զույգ թվով սահող միջինի որոշումը դժվարանում է նրանով, որ միջինը վերաբերում է միայն երկու ժամանակահատվածների մեջտեղին: Որպեսզի վերացվի այդ տեղաշարժը, կատարվում է կենտրոնավորում, այսինքն՝ միջինների հիման վրա միջինի որոշում՝ ստացված մակարդակը որոշակի ժամանակահատվածին վերագրելու նպատակով: Կենտրոնավորման համար հարկավոր է որոշել սահող գումարները, այդ գումարների հիման վրա սահող միջինները և միջինների միջինները (7.2 աղյուսակի 4-րդ, 5-րդ և 6-րդ սյուները):

Աղյուսակ 7.2

Լվացքի մեքենաների արտադրության դինամիկան և սահող միջինների հաշվարկը

Ամիս	Լվացքի մեքենաներ, հազ. հատ	Երեքանդամյա սահող գումարներ	Երեքանդամյա սահող միջիններ	Չորսանդամյա սահող գումարներ	Չորսանդամյա սահող միջիններ (չկենտրոնավորված)	Չորսանդամյա սահող միջիններ (կենտրոնավորված)
Ա	1	2	3	4	5	6
1	155	-	-	-	-	-
2	163	-	161.7	-	154.0	-
3	167	485	153.7	-	154.8	154.4
4	131	461	152.0	616	150.8	152.8
5	158	456	145.3	619	141.5	146.2
6	147	436	145.0	603	145.0	143.3
7	130	435	140.7	566	137.5	141.3
8	145	422	134.3	580	135.8	136.7
9	128	403	137.7	550	143.0	139.4
10	140	413	142.3	543	146.8	144.9
11	159	427	153.0	572	151.5	149.2
12	160	459	155.3	587	154.0	152.8
13	147	466	152.3	606	155.5	154.8
14	150	457	154.0	616	-	-
15	165	462	-	622	-	-

Չարգացման հիմնական տեղեկության բացահայտման առավել արդյունավետ եղանակն է՝ *վերլուծական հարթեցումը*, որի դեպքում դինամիկայի շարքի մակարդակներն արտահայտվում են ժամանակի ֆունկցիայի տեսքով. $\bar{y}_t = f(t)$:

Վերլուծական հարթեցումը կարող է կատարվել ցանկացած ռացիոնալ բազմանդամով: Ֆունկցիայի ընտրությունը կատարվում է տվյալ երևույթի օրինաչափությունների բնույթի վերլուծության հիման վրա:

Դիտարկենք ուղիղ գծով վերլուծական հարթեցման մեթոդի կիրառումը (հիմնական միտումն արտահայտելու համար) հետևյալ օրինակի հիման վրա:

Օրինակ: Աղյուսակ 7.3-ում բերված են մարզում կաթի արտադրության դինամիկայի 1999-2003թթ. ելակետային և հաշվարկային տվյալները:

Աղյուսակ 7.3

Հավասարման դարձեցրելի ուղղման ելակետային և հաշվարկային տվյալները

Տարի	Մլն. տ	t	t ²	ty	$\bar{y}_t$	y - $\bar{y}_t$	(y - $\bar{y}_t$) ²
1999	13.3	-2	4	-26.6	13.02	0.28	0.08
2000	13.5	-1	1	-13.5	13.94	-0.44	0.19
2001	14.8	0	0	0	14.86	0.0	0.00
2002	16.1	1	1	16.1	15.78	-0.32	0.10
2003	16.6	2	4	33.2	16.70	-0.1	0.01
Σ	74.3	-	10	9.2	74.30	-	0.38

Դինամիկայի շարքն ուղիղ գծով հարթեցնելու համար օգտագործում են $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ հավասարումը: Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդը տալիս է a_0 և a_1 պարամետրերի որոշման երկու նորմալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma t = \Sigma y \\ a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 = \Sigma ty \end{cases}$$

որտեղ y -ն՝ դինամիկայի շարքի ելակետային մակարդակն է, n-ն՝ շարքի անդամների թիվը, t-ն ժամանակի ցուցանիշ է, որը նշանակվում է հերթական համարներով, սկսած ամենացածրից: Օրինակ՝

Տարի	1999	2000	2001	2002	2003
t	1	2	3	4	5

Հավասարումների համակարգի լուծումը թույլ է տալիս ստանալ a_0 և a_1 պարամետրերի արտահայտությունները.

$$a_0 = \frac{\Sigma t^2 \cdot \Sigma y - \Sigma t \cdot \Sigma ty}{n \Sigma t^2 - (\Sigma t)^2},$$

$$a_1 = \frac{n \Sigma ty - \Sigma t \cdot \Sigma y}{n \Sigma t^2 - (\Sigma t)^2}:$$

Դինամիկայի շարքերում հավասարման պարամետրերի հաշվարկումը կարելի է նշանակալիորեն հեշտացնել: Այդ նպատակով ժամանակի ցուցանիշներին (t) տրվում են այնպիսի արժեքներ, որպեսզի դրանց գումարը հավասար լինի զրոյի, այսինքն՝ $\Sigma t = 0$: Այդ դեպքում համակարգի հավասարումները կունենան հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 = \Sigma y \\ a_1 \Sigma t^2 = \Sigma yt \end{cases}$$

որտեղից՝ $a_0 = \frac{\Sigma y}{n}$ -ն իրենից ներկայացնում է դինամիկայի շարքի միջին

մակարդակը ($\bar{y}$), $a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}$:

Անհրաժեշտ արժեքների հաշվարկը տրված է 10.3 աղյուսակում: Հանրագումարային տվյալներով որոշում ենք հավասարման պարամետրերը.

$$a_0 = \frac{74.3}{5} = 14.86 \text{ և } a_1 = \frac{9.2}{10} = 0.92:$$

Արդյունքում ստանում ենք կաթի արտադրության հիմնական տեղեկության հավասարումը.

$$\bar{y}_t = 14.86 + 0.92t:$$

Հավասարման մեջ տեղադրելով t-ի ընդունած արժեքները, հաշվարկենք դինամիկայի շարքի հարթեցված մակարդակները.

$$1999\text{թ. } \bar{y}_t = 14.86 + 0.92 \cdot (-2) = 13.02,$$

$$2000\text{թ. } \bar{y}_t = 14.86 + 0.92 \cdot (-1) = 13.94:$$

Եթե շարքի մակարդակների թիվը զույգ է, ապա ժամանակի ցուցանիշի պայմանական նշանակումը կունենա հետևյալ տեսքը.

Տարի	1998	1999	2000	2001	2002	2003
t	-5	-3	-1	+1	+3	+5

ինչը նշանակում է, որ ժամանակի հաշվառումը տարվում է կիսամյակներով:

Հիմնական տեղեկանքը (տրենդը) ցույց է տալիս, թե ինչպես են համակարգված գործոնները փոխազդում դինամիկայի շարքի մակարդակի վրա, իսկ տրենդի շուրջ մակարդակների տատանումը մնացորդային գործոնների ազդեցության չափն է: Այն կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\Sigma (y - \bar{y}_t)^2}{n}} \text{ -ն՝ միջին քառակուսային շեղումն է:}$$

Օգտագործելով օրինակի տվյալները, հաշվարկենք կաթի արտադրության տատանման ցուցանիշը.

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{0.38}{5}} = \sqrt{0.076} = 0.275 \text{ մլն. տ:}$$

Տատանման հարաբերական չափն է վարիացիայի գործակիցը, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$v = \frac{\sigma_1}{\bar{y}}:$$

$$\text{Մեր օրինակում } v = \frac{0.275}{14.86} = 0.0185 \text{ կամ } 1.85\%:$$

Դինամիկայի շարքերի վերլուծության ժամանակ մեծ նշանակություն ունի սեզոնային տատանումների բացահայտումը: Այդ տատանումներին բնորոշ են շարքի մակարդակների ավելի քան պակաս կայուն փոփոխություններ ըստ ներտարեկան ժամանակաշրջանների՝ ամիսների, եռամսյակների: Սեզոնային տատանումները բացահայտելու համար սովորաբար վերլուծվում են դինամիկայի շարքի ամսական կամ եռամսյակային մակարդակները տարվա կամ մի քանի տարվա կտրվածքով: Սեզոնային տատանումներն ուսումնասիրելու ժամանակ օգտագործվում են հատուկ ցուցանիշներ. սեզոնայնության ինդեքսներ: Սեզոնայնության ինդեքսների որոշման եղանակները տարբեր են, դրանք կախված են դինամիկայի շարքի հիմնական սեզոնայնության բնույթից:

Եթե շարքի աճի ներտարեկան դինամիկայի հիմնական միտումը էական չէ, ապա սեզոնայնության ուսումնասիրությունը կատարվում է հաստատուն միջինի մեթոդով, որը հանդիսանում է դիտարկվող բոլոր մակարդակների միջինը: Ամենապարզ եղանակը հետևյալն է. յուրաքանչյուր տարվա համար հաշվարկվում է միջին մակարդակ, իսկ հետագայում դրա հետ համադրվում է յուրաքանչյուր ամսվա մակարդակը (տոկոսով): Այդ տոկոսային հարաբերությունը սովորաբար անվանում են սեզոնայնության ինդեքս.

$$I_s = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\%,$$

որտեղ y_i -ն տարվա i -րդ ամսվա փաստացի մակարդակն է,

$\bar{y}$ -ը՝ միջին ամսական մակարդակը մեկ տարվա կտրվածքով:

Օրինակ: Դիտենք աղյուսակ 7.4-ի տվյալները:

Աղյուսակ 7.4

Ֆիրմայի աշխատողների թիվն ըստ ամիսների

Ամիսներ	Բանվորների թիվը, մարդ	Սեզոնայնության ինդեքս, $(y_i : \bar{y}) \cdot 100\%$
Ա	1	2
Հունվար	620	76.8

Փետրվար	640	79.3
Մարտ	710	87.9
Ապրիլ	730	90.4
Մայիս	880	109.0
Հունիս	920	114.0
Հուլիս	990	122.7
Օգոստոս	980	121.4
Սեպտեմբեր	970	120.9
Հոկտեմբեր	870	107.8
Նոյեմբեր	740	91.7
Դեկտեմբեր	630	78.1
Ընդամենը	9680	1200

Բերված օրինակում շարքի միջին մակարդակը կազմում է՝

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{9680}{12} = 806.7 \approx 807 \text{ մարդ:}$$

Սեզոնայնության ինդեքսը հունվարին կազմում է $\frac{620}{807} \cdot 100 = 76.8\%$,

փետրվարին՝ $\frac{640}{807} \cdot 100 = 79.3\%$ և այլն: Սակայն մեկ տարվա ամսական

մակարդակները պատահականության տարրի պատճառով անվստահելի են տատանումների օրինաչափությունները բացահայտելու համար: Այդ իսկ պատճառով, գործնականում տատանումների օրինաչափության բացահայտման համար, օգտվում են մի քանի տարվա ամսական տվյալներից (հիմնականում երեք տարուց ոչ պակաս): Այդ դեպքում յուրաքանչյուր ամսվա համար հաշվարկվում է մակարդակի միջին մեծությունը երեք տարվա կտրվածքով, այնուհետև հաշվարկվում է միջին ամսական մակարդակը երեք տարվա կտրվածքով, և վերջապես որոշվում է յուրաքանչյուր ամսվա միջին մակարդակների տոկոսային հարաբերությունը շարքի ընդհանուր միջին մակարդակի նկատմամբ, այսինքն՝

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%,$$

որտեղ $\bar{y}_i$ -ն i -րդ ամսվա միջին մակարդակն է երեք տարվա համար,

$\bar{y}$ -ը՝ ընդհանուր միջին ամսական մակարդակը երեք տարվա կտրվածքով:

Օրինակ: Դիտենք 7.5 աղյուսակի տվյալները:

Քաղաքի բնակչության ամուսնալուծությունների թվի ներհանրական դինամիկան 2001-2003թթ. ըստ ամիսների

Աղյուսակ 7.5

Ամիսներ	Ամուսնալուծությունների թիվը				Սեզոնայնության ինդեքս, $(\bar{y}_i : \bar{y}) \cdot 100\%$
	2001	2002	2003	երեք տարվա միջինը, $\bar{y}_i$	
Հունվար	195	158	144	165.7	122.4
Փետրվար	164	141	136	147.0	108.6
Մարտ	153	153	146	150.7	111.3
Ապրիլ	136	140	132	136.0	100.4
Մայիս	136	136	136	136.0	100.4
Հունիս	123	129	125	125.7	92.8
Հուլիս	126	128	124	126.0	93.1
Օգոստոս	121	122	119	120.7	89.1
Սեպտեմբեր	118	118	118	118.0	87.2
Հոկտեմբեր	126	130	128	128.0	94.5
Նոյեմբեր	129	131	135	131.7	97.3
Դեկտեմբեր	138	141	139	139.3	102.9
Շարքի միջին մակարդակը	138.7	135.6	131.8	135.4	100

Պարզ միջին թվաբանականի եղանակով $\bar{y}_i$ արժեքները ստանալու համար կատարենք նույնանուն ամիսների մակարդակների միջինացում.

$$\text{Հունվար } \bar{y} = \frac{Y_{\text{հունվ.2001}} + Y_{\text{հունվ.2002}} + Y_{\text{հունվ.2003}}}{3},$$

$$\text{Փետրվար } \bar{y} = \frac{Y_{\text{փետր.2001}} + Y_{\text{փետր.2002}} + Y_{\text{փետր.2003}}}{3},$$

$$\text{Դեկտեմբեր } \bar{y} = \frac{Y_{\text{դեկտ.2001}} + Y_{\text{դեկտ.2002}} + Y_{\text{դեկտ.2003}}}{3}:$$

Որոշենք շարքի յուրաքանչյուր ամսվա միջին մակարդակները.

$$\text{Հունվար } \bar{y} = \frac{195 + 158 + 144}{3} = \frac{497}{3} = 165.7,$$

$$\text{Փետրվար } \bar{y} = \frac{164 + 141 + 136}{3} = \frac{441}{3} = 147.0 \text{ և այլն:}$$

Այնուհետև հաշվարկված միջին ամսական մակարդակների հիման վրա որոշում ենք ընդհանուր միջին մակարդակը.

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{1624.8}{12} = 135.4,$$

որտեղ n – ամիսների թիվն է:

Ընդհանուր միջինի մակարդակը կարելի է որոշել նաև միջին տարեկան մակարդակների հիման վրա.

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i}{m} = \frac{138.7 + 135.6 + 131.8}{3} = \frac{406.1}{3} = 135.4,$$

որտեղ m – տարիների թիվն է,

$\bar{y}_j$ – շարքի միջին տարեկան մակարդակը:

Վերջապես որոշենք սեզոնայնության ինդեքսներն ըստ ամիսների.

$$\text{Հունվար } I_{s_1} = \frac{165.7}{135.4} \cdot 100 = 122.4\%,$$

$$\text{Փետրվար } I_{s_2} = \frac{147.0}{135.4} \cdot 100 = 108.6\% \text{ և այլն:}$$

Եթե տարեցտարի շարքի մակարդակները դրսևորում են աճելու կամ նվազելու միտում, ապա սեզոնային տատանումների չափումը կատարվում է ուրիշ մեթոդներով, որոնք կբացառեն աճի միտման ազդեցությունը: Դրանցից մեկը՝ վերլուծական հարթեցման եղանակն է:

Վերլուծական հարթեցման եղանակի կիրառման ժամանակ հաշվարկների հերթականությունը հետևյալն է.

1. Հաշվարկում են յուրաքանչյուր ամսվա հարթեցված մակարդակներն ըստ համապատասխան վերլուծական հավասարման,

2. որոշում են փաստացի ամսական (եռամսյակային) մակարդակների հարաբերությունը դրանց համապատասխան հարթեցված տվյալների նկատմամբ՝ տոկոսով.

$$\frac{y_i}{\bar{y}_i} \cdot 100 = U_i,$$

3. որոշում են այդ հարաբերությունների միջինը նույնանուն ամիսների համար տոկոսով.

$$\bar{U}_i = \frac{U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n}{n},$$

որտեղ n -ը նույնանուն ամիսների թիվն է.

4. ստացված 12 ամսական կամ եռամսյակային հարաբերական մեծությունների ($\bar{U}_i$) հիման վրա հաշվարկում են ընդհանուր միջին ամսական մակարդակը ($\bar{U}_i$),

5. վերջապես որոշում են սեզոնայնության ինդեքսները հետևյալ բանաձևով.

$$I_s = \frac{\bar{y}_t}{\bar{y}_t} \cdot 100 \text{ կամ } I_s = \left[\sum \frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100 \right] : n,$$

որտեղ $\bar{y}_t$ -ն դինամիկայի շարքի հարթեցված մակարդակն է .

n -ը՝ նույնաժամանակաշրջանների կամ տարիների թիվը:

Օրինակ: Հայտնի են քաղաքում էլեկտրաէներգիայի սպառման 2000-2002թթ. եռամսյակային բացարձակ մեծությունները: Որոշել սեզոնայնության ինդեքսները՝ նախօրոք բացառելով աճի միտումը:

Վերլուծական հարթեցման (ուղիղ գծով) արդյունքները և սեզոնայնության ինդեքսների հաշվարկը ներկայացված է 7.6 աղյուսակում:

Աղյուսակ 7.6

Տարի և եռամսյակ	Փաստացի մակարդակներ, հազ. կվտ-ժ, y_i	Տեսական մակարդակներ $\bar{y}_t$	Սեզոնայնության ինդեքսն ըստ տարվա յուրաքանչյուր եռամսյակի $(y_i : \bar{y}_t) \cdot 100$	Սեզոնայնության ինդեքսն ըստ նույնաժամանակային $\left(\sum \frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100 \right) : n$
2001				
I	340	260.1	130.7	136.1
II	170	263.9	64.4	62.0
III	180	267.7	67.2	66.6
IV	375	271.5	138.1	135.5
2002				
I	390	275.3	141.7	136.1
II	160	279.1	57.3	62.0
III	190	282.9	67.2	66.6
IV	385	286.7	134.3	135.5
2003				
I	395	290.5	136.0	136.1
II	187	294.3	63.5	62.0
III	195	298.1	65.4	66.6
IV	405	301.9	134.2	135.5
Ընդամենը	3372	3372	1200	1200

Սեզոնայնության ինդեքսների հաշվարկման այս նույն մեթոդաբանությունն օգտագործվում է նաև սահող միջինի մեթոդի կիրառման ժամանակ: Որպես սեզոնային ալիքի վերլուծական ձև, երբեմն օգտագործվում է հավասարման հետևյալ տեսքը.

$$\bar{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kt + b_k \sin kt),$$

$$a_0 = \frac{1}{2} \sum y, \quad a_k = \frac{2}{n} \sum y \cos kt, \quad b_k = \frac{2}{n} \sum y \sin kt,$$

որտեղ k - եռանկյունաչափական բազմանդամի հարմոնիկայի ճշտության աստիճանն է, t-ն՝ ժամանակը:

Այդ հավասարումն իրենից ներկայացնում է Ֆուրյեի շարքը, որտեղ (t) արտահայտվում է շառավղային չափով կամ աստիճաններով.

Ամիսներ (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Շառավղային չափով	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
Աստիճան	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Մակարդակ	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}

Սովորաբար Ֆուրյեի շարքով հարթեցնելու դեպքում հաշվարկում են չորսից ոչ ավել հարմոնիկներ, այնուհետև որոշում է, թե հարմոնիկների որքան թվով լավագույնս կարտացոլվի շարքի մակարդակների փոփոխության պարբերականությունը:

Օրինակ՝ եթե $k = 1$, ապա Ֆուրյեի շարքը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t,$$

$k = 2$ դեպքում՝

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t:$$

Ֆուրյեի շարքի հավասարման պարամետրերը որոշում են հետևյալ բանաձևերով.

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_k = \frac{2 \sum y \cos kt}{n}, \quad b_k = \frac{2 \sum y \sin kt}{n}:$$

Օրինակ: Ցույց տանք Ֆուրյեի շարքով հարթեցումը քաղաքի գյուղ-մթերքների շուկաներում կարտոֆիլի վաճառքի վերաբերյալ տվյալների հիման վրա (աղյուսակ 7.7):

Աղյուսակի հանրագումարային տվյալների հիման վրա որոշենք առաջին հարմոնիկի հավասարման պարամետրերը.

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{469}{12} = 39.08, \quad a_1 = \frac{2 \sum y \cos t}{n} = \frac{2(-20.66)}{12} = -3.44,$$

$$b_1 = \frac{2 \sum y \sin t}{n} = \frac{2 \cdot 53.68}{12} = 8.95:$$

$$\text{Որտեղից՝ } \bar{y}_t = 39.08 - 3.44 \cos t + 8.95 \sin t:$$

Աղյուսակ 7.7
Կարտոֆիլի վաճառքի դինամիկան և Ֆուրյեի շարքի հավասարման
համակարգի դարձման հավաքումը

Ամիս	Վաճառվել է, տ, y	y · cost	y · sint	$\bar{y}_t$
1	2	3	4	5
1	30	30.0	0	35.60
2	40	34.64	20.0	40.51
3	43	21.5	37.24	45.11
4	54	0	54.00	48.03
5	67	-33.5	58.02	48.55
6	29	-25.11	14.5	46.53
7	35	-35.0	0	42.52
8	34	-29.44	-17.0	38.25
9	45	-22.50	-38.97	33.05
10	35	0	-35.00	30.13
11	29	14.50	-25.11	29.61
12	28	24.25	-14.00	31.63
Ընդամենը	469	-20.66	53.68	469.52

Այդ հավասարման մեջ տեղադրելով cost և sint արժեքները (հավելված 12), ստանում ենք վաճառված կարտոֆիլի քանակի տեսական արժեքները $\bar{y}_t$ (տես 7.7 աղյուսակի 5-րդ սյունը):

$$\text{երկրորդ} \left(a_2 = \frac{2 \sum y \cos 2t}{n}, b_2 = \frac{2 \sum y \sin 2t}{n} \right) \text{ և բարձր կարգի}$$

հարմոնիկները հաշվարկվում են նմանապես, և դրանց արժեքները հաջորդաբար միանում են առաջին հարմոնիկի արժեքներին: Բաց թողնելով հաշվարկները, գրանցենք հարթեցման հավասարումը՝ հաշվի առնելով երկրորդ հարմոնիկան.

$$\bar{y}_t = 39.08 - 3.44 \cos t + 8.95 \sin t - 8.42 \cos 2t + 13 \sin 2t:$$

Հավասարման մեջ տեղադրելով cost, sint, cos2t, sin2t կոնկրետ արժեքները, ստանում ենք վաճառված կարտոֆիլի հարթեցված մակարդակներն ըստ ամիսների: Այնուհետև երկու դեպքերի համար հաշվարկելով

$$\text{մնացորդային դիսպերսիաները} \left(\sigma_{\text{մնաց.}}^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n} \right), \text{ կարելի է հետևու-}$$

թյուն անել, թե Ֆուրյեի շարքի որ հարմոնիկան է ավելի մոտ շարքի փաստացի մակարդակներին:

Դինամիկայի շարքերի ուսումնասիրության ժամանակ առաջանում է միևնույն ժամանակահատվածում զարգացող երևույթների աճի ուղղության և ինտենսիվության համեմատական բնութագրերի ստացման անհրա-

ժեշտությունը: Դա ձեռք է բերվում դինամիկայի շարքերն *ընդհանուր (միասնական) հիմքի* բերելու ճանապարհով:

Դինամիկայի մի քանի շարքերի ելակետային մակարդակներով որոշվում են հարաբերական մեծություններ՝ աճի և հավելաճի բազիսային տեմպերը: Որպես համեմատման բազա ընդունած ժամանակահատվածը հանդես է գալիս որպես աճի տեմպերի հաշվարկման մշտական բազա յուրաքանչյուր ուսումնասիրվող դինամիկայի շարքի համար:

Օրինակ: Ցույց տանք դինամիկայի շարքերի ընդհանուր հիմքի բերումը երկու երկրներում ցեմենտի արտադրության տվյալների հիման վրա (հազ. տ).

	1999	2000	2001	2002	2003
Ա երկիր	45.5	72.4	95.2	122.0	128.0
Բ երկիր	56.1	65.1	66.5	65.0	67.0

Բերված դինամիկայի շարքերի բացարձակ մակարդակների տարբեր արժեքները դժվարացնում են «Ա» և «Բ» երկրներում ցեմենտի արտադրության առանձնահատկությունների բացահայտումը: Դինամիկայի շարքերի բացարձակ մակարդակները բերենք ընդհանուր հիմքի՝ որպես համեմատման մշտական բազա ընդունելով 1999թ.

	1999	2000	2001	2002	2003
Ա երկիր	100.0	159.1	209.2	268.1	281.3
Բ երկիր	100.0	116.0	118.5	115.9	119.4

Տվյալներից երևում է, որ «Ա» երկրում ցեմենտի արտադրությունն անընդհատ և արագ աճում է՝ էականորեն գերազանցելով «Բ» երկրի աճի տեմպերը: Համադրելով «Ա» և «Բ» երկրների ցեմենտի արտադրության բազիսային աճի տեմպերը, ստանում են *առաջանցման գործակիցը*, որը երկրների զարգացման առաջանցումը (մեկից մեծ) կամ ետամնացությունը (մեկից փոքր) բնութագրող հարաբերական մեծություն է.

$$K_{\text{առաջ}} = \frac{2.813}{1.194} = 2.36 \text{ անգամ,}$$

այսինքն՝ ցեմենտի արտադրությունը «Ա» երկրում 1999-2003թթ. զարգացել է 2.36 անգամ արագ, քան «Բ» երկրում:

Ըստ ժամանակի երևույթի զարգացումն ուսումնասիրելիս հաճախ առաջանում է տարբեր բովանդակության, բայց միմյանց հետ կապված, դինամիկայի երկու շարքերի մակարդակների փոփոխությունների փոխկապվածության աստիճանի գնահատման անհրաժեշտությունը: Այդ խնդիրը լուծվում է կոռելյացման մեթոդներով. ա) դինամիկայի շարքերի մակարդակների, բ) հարթեցված մակարդակներից փաստացի մակարդակների շեղումների, գ) բացարձակ տարբերությունների:

Առաջին եղանակը ճիշտ է ցույց տալիս երևույթների միջև կապը միայն այն դեպքում, եթե դրանցից յուրաքանչյուրում բացակայում է

ավտոկոռելյացիան, այսինքն՝ դինամիկայի շարքի հաջորդական մակարդակների միջև կախվածությունը:

Օրինակ: Հասարակական սննդի ֆիրմայի սեփական արտադրանքի ծավալի և ապրանքների իրացումից ստացված եկամուտների փոփոխությունների 2003թ. տաս ամսվա վերաբերյալ տվյալների հիման վրա կիրառել մակարդակների կոռելյացիան՝ դինամիկայի շարքերի միջև կապը չափելու նպատակով (աղյուսակ 7.8):

Աղյուսակ 7.8

Կոռելյացիայի գործակցի որոշման ելակետային և հաշվարկային տվյալները

Ամիս	Սեփական արտադրանք, մլն. դրամ, x	Եկամուտներ ապրանքների իրացումից, մլն. դրամ, y	x^2	y^2	xy
Հունվար	1.3	0.7	1.69	0.49	0.91
Փետրվար	1.4	0.8	1.96	0.64	1.12
Մարտ	1.5	0.9	2.25	0.81	1.35
Ապրիլ	1.7	0.9	2.89	0.81	1.53
Մայիս	2.1	1.0	4.41	1.00	2.10
Հունիս	2.2	1.0	4.84	1.00	2.20
Հուլիս	2.5	1.1	6.25	1.21	2.75
Օգոստոս	2.7	1.1	7.29	1.21	2.97
Սեպտեմբեր	3.0	1.1	9.00	1.21	3.30
Հոկտեմբեր	3.3	1.2	10.89	1.44	3.96
Ընդամենը	21.7	9.8	51.47	9.82	22.19

Հաշվարկները կոռելյացիայի գործակիցը հետևյալ բանաձևով.

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}:$$

Աղյուսակ 7.8-ի տվյալներով որոշվում է, որ՝

$$\bar{x} = 2.17, \bar{y} = 0.98, \overline{xy} = 2.22, \sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 5.147 - 2.17^2 = 0.438,$$

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = 0.982 - 0.98^2 = 0.02,$$

$$r = \frac{2.22 - 2.17 \cdot 0.98}{\sqrt{0.44 \cdot 0.02}} = \frac{0.09}{0.094} = 0.96:$$

Ստացված կոռելյացիայի գործակիցը խոսում է հասարակական սննդի սեփական արտադրանքի և իրացումից եկամուտների շարքերի մակարդակների միջև ուղիղ և սերտ կապի մասին: Սակայն մինչև դիտարկվող շարքերի միջև կապի սերտության մասին հետևություն անելը, հարկավոր է ստուգել դրանց ավտոկոռելյացիան: Ավտոկոռելյացիայի

առկայությունը սահմանվում է զուգային գծային կապի կոռելյացիայի գործակցի միջոցով.

$$r_a = \frac{\overline{x_t x_{t+1}} - \bar{x}_t \bar{x}_{t+1}}{\sigma_{x_t} \cdot \sigma_{x_{t+1}}}:$$

Եթե շարքի վերջին մակարդակի արժեքը քիչ է տարբերվում առաջին մակարդակից, ապա, որպեսզի տեղաշարժված շարքը չկարճանա, դրան կարելի է պայմանականորեն լրացնել՝ ընդունելով, որ $x_n = x_1$: Այդ դեպքում $\bar{x}_t = \bar{x}_{t+1}$ և $\sigma_{x_t} = \sigma_{x_{t+1}}$, քանի որ դրանք հաշվարկվում են միևնույն շարքի համար: Այդպիսի փոփոխությունից հետո ավտոկոռելյացիայի գործակիցն ընդունում է հետևյալ տեսքը.

$$r_a = \frac{\overline{x_t x_{t+1}} - (\bar{x}_t)^2}{\sigma_{x_t}^2} = \frac{\sum x_t \cdot x_{t+1} - n(\bar{x}_t)^2}{\sum x_t^2 - n(\bar{x}_t)^2}:$$

Առաջին շարքի ավտոկոռելյացիայի գործակցի հաշվարկման համար կառուցենք 7.9 աղյուսակը: Աղյուսակի հանրագումարային տվյալներով հաշվարկենք անհրաժեշտ մեծությունները.

$$\overline{x_t \cdot x_{t+1}} = \frac{\sum x_t \cdot x_{t+1}}{n} = \frac{49.2}{10} = 4.92, \bar{x}_t = \frac{\sum x_t}{n} = \frac{21.7}{10} = 2.17, (\bar{x}_t)^2 = 4.71,$$

$$\sigma_{x_t}^2 = \frac{\sum x_t^2}{n} - (\bar{x}_t)^2 = \frac{51.47}{10} - 4.71 = 5.15 - 4.71 = 0.44:$$

Դրանց արժեքները տեղադրենք ավտոկոռելյացիայի գործակցի բանաձևի մեջ.

$$r_{ax} = \frac{4.92 - 4.71}{0.44} = 0.48:$$

Այնուհետև կատարում ենք նմանատիպ հաշվարկներ երկրորդ շարքի համար (ապրանքների իրացումից եկամուտներ, y) և ստանում ենք $r_{ay} = 0.5$: Հետո առաջանում է ավտոկոռելյացիայի գործակցի մեծության հարցը, որն ստույգ ձևով վկայում է դիտարկումների ավտոկոռելյացվածության առկայության կամ բացակայության մասին: Այդ պատճառով անհրաժեշտ է հաշվարկման միջոցով ստացած փաստացի գործակիցները համեմատել աղյուսակայինի հետ (տես հավելված 10):

Եթե փաստացի գործակցի մեծությունը մեծ է աղյուսակում նշված դրա սահմանային արժեքից, ապա եզրակացվում է, որ ավտոկոռելյացիան գոյություն ունի: Իսկ եթե փաստացի գործակցի մեծությունը փոքր է աղյուսակայինից, ապա հարկավոր է հրաժարվել ավտոկոռելյացիայի առկայության հիպոթեզից:

Մեր օրինակում ավտոկոռելյացիայի գործակիցը երկու դեպքում էլ մեծ է դրանց համապատասխան աղյուսակային մեծություններից: $n = 10$ և $P = 0.05$ նշանակալիության մակարդակով (5%-ոց մակարդակ) ավտոկոռելյացիայի գործակիցը r_a կարող է միայն հարյուրից հինգ դեպքում գերազանցել 0.36-ը: Այդ պատճառով էլ հետևությունն է արվում, որ դինամիկայի տվյալ շարքերում գոյություն ունի ավտոկոռելյացիա, այսինքն՝ հարկավոր է հեռացնել ավտոկոռելյացիան, հետո արդեն հաշվարկել կոռելյացիայի գործակիցը:

Աղյուսակ 7.9

Ավտոկոռելյացիայի գործակցի հաշվարկման աղյուսակ

Ամիս	Սեփական արտադրանք, մլն. դրամ, x_t	Սեփական արտադրանքը մեկ տարի տեղաշարժով, մլն. դրամ, x_{t+1}	x_t^2	$x_t \cdot x_{t+1}$
Հունվար	1.3	1.4	1.69	1.82
Փետրվար	1.4	1.5	1.96	2.10
Մարտ	1.5	1.7	2.25	2.55
Ապրիլ	1.7	2.1	2.89	3.57
Մայիս	2.1	2.2	4.41	4.62
Հունիս	2.2	2.5	4.84	5.50
Հուլիս	2.5	2.7	6.25	6.75
Օգոստոս	2.7	3.0	7.29	8.10
Սեպտեմբեր	3.0	3.3	9.00	9.90
Հոկտեմբեր	3.3	1.3	10.89	4.29
Ընդամենը	21.7	21.7	51.47	49.20

Դիտարկենք դինամիկայի շարքերում ավտոկոռելյացիայի բացառման եղանակները.

Հարթեցված մակարդակներից փաստացի մակարդակների շեղումների կոռելյացիան համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալը.

1. Կատարել համեմատվող շարքերի վերլուծական հարթեցում ըստ ցանկացած ռացիոնալ բազանդամի,

2. որոշել դինամիկայի շարքի յուրաքանչյուր փաստացի մակարդակի շեղման մեծությունը դրա համապատասխան հարթեցված արժեքից,

3. կատարել ստացած շեղումների կոռելյացում:

Այս դեպքում ուսումնասիրվող շարքերի միջև, որպես կապի սերտության ցուցանիշ, հաշվարկվում է *շեղումների կոռելյացիայի գործակիցը*.

$$r_{d,d_y} = \frac{\sum d_x d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \cdot \sum d_y^2}},$$

որտեղ՝ $d_x = x_t - \bar{x}_t$, $d_y = y_t - \bar{y}_t$:

Այն բնութագրում է համեմատվող դինամիկայի շարքերի փաստացի և դրանց համապատասխան հարթեցված մակարդակների շեղումների միջև կապի աստիճանը:

Տարբերությունների կոռելյացիան ժամանակ չափվում է առանձին դինամիկայի շարքերում մակարդակների հաջորդական մեծությունների տարբերությունների միջև կապի սերտությունը: Տվյալ դեպքում որպես ուսումնասիրվող շարքերի միջև կապի սերտության ցուցանիշ հանդես է գալիս *տարբերությունների կոռելյացիայի գործակիցը*.

$$r_{\Delta_x \Delta_y} = \frac{\sum \Delta_x \Delta_y}{\sqrt{\sum \Delta_x^2 \cdot \sum \Delta_y^2}},$$

որտեղ՝ $\Delta_x = x_i - x_{i-1}$, $\Delta_y = y_i - y_{i-1}$:

Դինամիկայի շարքերի վերլուծության ժամանակ երբեմն հարկավոր է հետազոտել ավտոկոռելյացիայի առկայության կամ բացակայության հարցը ոչ թե շարքի մակարդակների միջև, այլ դրանց միջին կամ հարթեցված մակարդակից շեղումների միջև:

Մնացորդային մեծությունների ավտոկոռելյացիայի գործակիցը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$r_a = \frac{\sum \varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t+1}}{\sum \varepsilon_t^2},$$

որտեղ՝ $\varepsilon_t = y_t - \bar{y}_t$, $\varepsilon_{t+1} = y_{t+1} - \bar{y}_{t+1}$:

Ավտոկոռելյացիայի գործակիցը կարող է հաշվարկվել ոչ միայն հարևան մակարդակների միջև, այսինքն՝ մեկ ժամանակաշրջանով տեղաշարժված մակարդակների, այլ նաև ժամանակի միավորների ցանկացած թվով տեղաշարժվածների միջև (m): Այդ տեղաշարժը՝ կոչվելով ժամանակի լագ, որոշում է կոռելյացիայի գործակցի կարգը. առաջին կարգի ($m = 1$), երկրորդ կարգի ($m = 2$) և այլն:

7.2. ԽԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒՅՈՒՆՆԵՐ

7.1. Որոշել հետևյալ վիճակագրական ցուցանիշների փոփոխությունը բնութագրող դինամիկայի շարքերի տեսակը.

ա) բնակչության թվաքանակը (յուրաքանչյուր տարվա սկզբի դրությամբ),

բ) գյուղացիական (ֆերմերային) տնտեսությունների թիվը (յուրաքանչյուր տարվա սկզբի դրությամբ),

գ) բնակչության ավանդները հանրապետության խնայքանկի հիմնարկներում (յուրաքանչյուր տարվա վերջին),

դ) ծնվածների թվերն ըստ տարիների,

ե) բնակչության դրամական եկամուտներն ու ծախսերն ըստ տարիների,

զ) ապրանքների և ծառայությունների սպառողական գների ինդեքսն ըստ ամիսների՝ մի քանի տարվա կտրվածքով,

է) մանրածախ ապրանքաշրջանառության բաշխումն ըստ իրացման բոլոր ուղիների, սեփականության ձևերի ու տարիների,

ը) աշխատողների միջին ամսական աշխատավարձն ըստ տնտեսության ճյուղերի՝ առանձին տարիներով,

թ) մեքենաշինության նոր ապրանքային արտադրանքի տեսակարար կշիռն արտադրանքի ընդհանուր ծավալում, ըստ տարիների:

7.2. Հայտնի են հետևյալ տվյալները մարզի բնակչության թվի և մեղրի արտադրության վերաբերյալ.

Ցուցանիշ	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Բնակչության թիվը տարեսկզբին, հազ. մարդ	147.9	147.6	147.1	146.7	146.3	145.6	144.8
Մեղրի արտադրությունը, տ	57.7	46.2	48.8	49.6	51.0	53.9	-

Որոշել.

ա) բնակչության միջին թիվը յուրաքանչյուր տարվա համար,

բ) բնակչության մեկ շնչի հաշվով մեղրի արտադրությունն ըստ տարիների,

գ) դինամիկայի շարքերի միջին մակարդակները:

7.3. Ֆիրմայի աշխատողների ցուցակային թիվը 2003թ. կազմել է. հունվարի 1-ին՝ 530 մարդ, մարտի 1-ին՝ 570, հունիսի 1-ին՝ 520, սեպտեմբերի 1-ին՝ 430, 2004թ. հունվարի 1-ին՝ 550 մարդ: Որոշել ֆիրմայի աշխատողների միջին տարեկան ցուցակային թիվը 2003թ. համար:

7.4. Մարզերից մեկի առևտրային բանկի ակտիվների վերաբերյալ 2003թ. յուրաքանչյուր ամսվա սկզբի դրությամբ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

(մլն. դրամ)

Հունվար	Փետրվար	Մարտ	Ապրիլ	Մայիս	Հունիս	Հուլիս
189	190	205	226	208	195	190

Որոշել առևտրային բանկի ակտիվների միջին ամսական մակարդակները առաջին և երկրորդ եռամսյակների, առաջին կիսամյակի համար:

7.5. Քաղաքի խնայքանկերում բնակչության ավանդների մնացորդները 2003թ. բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով (ամսվա սկզբի դրությամբ).

Հունվար	Փետրվար	Մարտ	Ապրիլ	Մայիս	Հունիս	Հուլիս
910.5	920.0	915.4	920.8	917.0	921.3	925.9

Որոշել.

ա) բնակչության ավանդների միջին ամսական մնացորդներն առաջին և երկրորդ եռամսյակների համար,

բ) ավանդի միջին մնացորդի բացարձակ հավելաճը երկրորդ եռամսյակում առաջինի համեմատությամբ:

7.6. Ֆիրմայի աշխատողների ցուցակային թիվը 2003թ. յուրաքանչյուր ամսվա սկզբին կազմել է.

Հունվար	- 347
Փետրվար	- 350
Մարտ	- 349
Ապրիլ	- 351
Մայիս	- 345
Հունիս	- 349
Հուլիս	- 357
Օգոստոս	- 359
Սեպտեմբեր	- 351
Հոկտեմբեր	- 352
Նոյեմբեր	- 359
Դեկտեմբեր	- 353
Հունվար 2004թ.	- 360

Որոշել.

ա) աշխատողների միջին ամսական թիվն առաջին և երկրորդ կիսամյակներում,

բ) ֆիրմայի աշխատողների միջին տարեկան թիվը,

գ) ֆիրմայի աշխատողների թվի բացարձակ հավելաճը երկրորդ կիսամյակում առաջինի համեմատությամբ:

7.7. Միավորման արդյունաբերական արտադրանքի թողարկումը համադրելի գներով (մլն. դրամ) 1998-2003թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

1998	1999	2000	2001	2002	2003
67.7	73.2	75.7	77.9	81.9	84.4

Դինամիկայի շարքը վերլուծելու նպատակով հաշվարկել.
 ա) դինամիկայի շարքի միջին մակարդակը,
 բ) աճի և հավելաճի շղթայական և բազիսային տեմպերը,
 գ) մեկ տոկոս հավելաճի բացարձակ նշանակությունը յուրաքանչյուր տարվա համար:

Հաշվարկների արդյունքները շարադրել աղյուսակի տեսքով:

7.8. Կաթի արտադրությունը Հայաստանում 1997-2001թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով (հազ. տ).

1997	1998	1999	2000	2001
401.3	416.0	425.9	449.1	462.7

Սահմանել դինամիկայի շարքի սկզբնական, վերջնական և բազիսային մակարդակները հետևյալը որոշելու նպատակով.

ա) շարքի միջին մակարդակը,
 բ) բազիսային և շղթայական բացարձակ հավելաճերը,
 գ) բազիսային և շղթայական աճի տեմպերը,
 դ) մեկ տոկոս հավելաճի բացարձակ նշանակությունը յուրաքանչյուր տարվա համար:

Հաշվարկների արդյունքները ներկայացնել աղյուսակի տեսքով և կատարել եզրակացություններ:

7.9. Մարզերից մեկում բնակելի տների գործարկումը սեփականության բոլոր ձևերի ձեռնարկությունների կողմից 1996-2003թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով (հազար քառակուսի մետր ընդհանուր մակերես).

1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
17	18	19	20	21	20	22	23

Դինամիկայի շարքը վերլուծելու նպատակով հաշվարկել.

1. Բազիսային և շղթայական եղանակով՝
 ա) բացարձակ հավելաճերը,
 բ) աճի տեմպերը,
 գ) հավելաճի տեմպերը:
2. Մեկ տոկոս հավելաճի բացարձակ նշանակությունը յուրաքանչյուր տարվա համար:
 Ստացված արդյունքները ներկայացնել աղյուսակի տեսքով:
3. Դինամիկայի շարքի միջին մակարդակը:
4. Հավելաճի միջին տարեկան տեմպը:
5. Միջին տարեկան բացարձակ հավելաճը:

7.10. Էլեկտրաէներգիայի արտադրությունը Հայաստանում 1995-2002թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով (մլրդ. կվտ-ժ).

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
5.67	5.68	6.03	6.19	5.72	5.96	5.74	5.52

Դինամիկայի շարքը վերլուծելու նպատակով հաշվարկել.

1. Էլեկտրաէներգիայի արտադրության դինամիկան բնութագրող ցուցանիշները՝ ըստ տարիների, բազիսային 1995թ. նկատմամբ՝
 ա) բացարձակ հավելաճերը,
 բ) աճի տեմպերը,
 գ) հավելաճի տեմպերը:
2. Մեկ տոկոս հավելաճի բացարձակ նշանակությունը յուրաքանչյուր տարվա համար:
3. Դինամիկայի շարքի միջին մակարդակը:
 Ստացված արդյունքները ներկայացնել աղյուսակի տեսքով:

7.11. Մարզում 1995-2003թթ. ժամացույցի արտադրության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Տարեթիվ	Ժամացույցների արտադրություն, հազ. հատ	Դինամիկայի բազիսային ցուցանիշներ		
		Բացարձակ հավելաճ, հազ. հատ	Աճի տեմպ, %	Հավելաճի տեմպ, %
1995	55.1	-	100.0	-
1996		2.8		
1997			110.3	
1998				14.9
1999				17.1
2000			121.1	
2001		13.5		
2002				
2003		14.0		25.4

Օգտագործելով դինամիկայի ցուցանիշների փոխկապվածությունը, որոշել դինամիկայի շարքի մակարդակները և աղյուսակում բացակայող դինամիկայի բազիսային ցուցանիշները:

7.12. Ֆիրմայի արտադրանքի ծավալը 1997թ. 1996թ. համեմատությամբ աճել է 2%-ով, 1998թ. այն կազմել է 105% 1997թ. ծավալի համեմատությամբ, իսկ 1999թ. արտադրանքի ծավալը 1.2 անգամ մեծ է 1996թ. ծավալից: Ֆիրման 2000թ. թողարկել է 25 մլն. դրամի արտադրանք, որը 10%-ով բարձր է 1999թ. ծավալից, 2001թ. թողարկել է 30 մլն. դրամի արտադրանք, իսկ 2002թ.՝ 37 մլն. դրամի:

Որոշել.

- ա) շղթայական աճի տեմպերը,
- բ) բազիսային հավելաճի տեմպերը 1996թ. համեմատությամբ,
- գ) բոլոր տարիների համար արտադրանքի թողարկման բացարձակ մակարդակները,

դ) հավելաճի միջին տարեկան տեմպը 1997-2002թթ.:

7.13. Միավորման արտադրանքի թողարկման (համադրելի գներով) վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Տարե- թիվ	Արտադրան- քի թողար- կումը, մլն. դրամ	Դինամիկայի բազիսային ցուցանիշներ			
		Բացար- ձակ հա- վելաճ, մլն. դրամ	Աճի տեմպ, %	Հավե- լաճի տեմպ, %	Մեկ տոկոս հա- վելաճի բացար- ձակ նշանակու- թյուն, մլն. դրամ
1998	92.5	4.8	104.0	5.8	1.15
1999					
2000					
2001					
2002					
2003		7.0			

Օգտագործելով դինամիկայի ցուցանիշների փոխկապվածությունը, որոշել դինամիկայի շարքի մակարդակները և աղյուսակում բացակայող դինամիկայի բազիսային ցուցանիշները:

7.14. Որոշել Հայաստանում կաթի արտադրության միջին տարեկան բացարձակ հավելաճը և միջին տարեկան հավելաճի տեմպը 1998-2001թթ., 7.8 խնդրի տվյալների հիման վրա:

7.15. Որոշել Հայաստանում էլեկտրաէներգիայի արտադրության մի-
ջին տարեկան բացարձակ հավելաճը և միջին տարեկան հավելաճի
տեմպը 1996-2002թթ., 7.10. խնդրի տվյալների հիման վրա:

7.16. Մարզի թեթև արդյունաբերության արտադրանքի ծավալի աճի
տեմպերը 1999-2003թթ. բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով (%-ով
նախորդ տարվա համեմատությամբ).

1999	2000	2001	2002	2003
106.3	105.2	106.1	106.3	105.9

Որոշել արտադրանքի ծավալի աճի և հավելաճի միջին տարեկան
տեմպերը հնգամյակի համար (1999-2003թթ.):

7.17. Հանրապետության պետական բյուջեի եկամուտների և ծախ-
սերի դինամիկայի վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (%-ով
նախորդ տարվա նկատմամբ).

Ցուցանիշ	1999	2000	2001	2002
Եկամուտներ	73.6	105.1	125.6	126.9
Ծախսեր	102.9	115.4	112.1	116.4

Միաժամանակ հայտնի է, որ 1999թ. եկամուտների ծավալը կազմել է
612.3 մլն. դրամ, իսկ 2002թ.՝ 1025.7 մլն. դրամ, ծախսերի ծավալը համա-
պատասխանաբար՝ 985.4 և 1483.9 մլն. դրամ: Որոշել ըստ եկամուտների

և ծախսերի. ա) փաստացի մակարդակներն ուսումնասիրվող տարիների
համար, բ) աճի և հավելաճի բազիսային տեմպերը, գ) աճի և հավելաճի
միջին տարեկան տեմպերը, դ) ծախսերի նկատմամբ եկամուտների
առաջանցման գործակիցը:

7.18. Քաղաքում ամուսնության և ամուսնալուծության վերաբերյալ
հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Ցուցանիշ	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Ամուսնու- թյուն	74.1	75.3	69.1	61.1	49.2	45.1	39.7	48.0
Ամուսնա- լուծություն	15.0	11.8	10.5	7.6	7.3	6.7	6.6	6.8

Որոշել.

ա) ամուսնության և ամուսնալուծության միջին տարեկան մակար-
դակները,

բ) շղթայական և բազիսային բացարձակ հավելաճերը,

գ) աճի և հավելաճի շղթայական և բազիսային տեմպերը,

դ) բացարձակ հավելաճի, աճի և հավելաճի տեմպերի միջին տարե-
կան մակարդակները,

ե) ամուսնությունների առաջանցման գործակիցը:

Հաշվարկների արդյունքները ներկայացնել աղյուսակի տեսքով և
կատարել եզրակացություններ:

7.19. Մարզի արդյունաբերական արտադրանքի ծավալի աճի տեմ-
պերը 1990թ. համեմատությամբ 1995թ. կազմել են 104.1%, իսկ 2000թ.
102.2%: Որոշել արդյունաբերական արտադրանքի թողարկման ծավալի
միջին տարեկան հավելաճի տեմպը.

ա) 1991-1995թթ. համար,

բ) 1996-2000թթ. համար,

գ) 1991-2000թթ. համար:

7.20. Մարզի գյուղատնտեսական ձեռնարկությունների ցանքատա-
րածությունների հավելաճի միջին տարեկան տեմպը 1991-1995թթ. կազ-
մել է 12%, իսկ 1996-2000թթ.՝ 8.2%: Որոշել գյուղատնտեսական ձեռնար-
կությունների ցանքատարածությունների աճի միջին տարեկան տեմպը
1991-2000թթ. համար:

7.21. Ֆերմերային տնտեսությունում 2000թ. հացահատիկի համա-
խառն բերքի 1% հավելաճի բացարձակ նշանակությունը 1995թ. համե-
մատությամբ կազմել է 245 g, իսկ հացահատիկի համախառն բերքի
բացարձակ հավելաճն այդ նույն ժամանակաշրջանում կազմել է 3680 g:

Որոշել տնտեսությունում հացահատիկի համախառն բերքի միջին
տարեկան բացարձակ հավելաճը և աճի միջին տարեկան տեմպը 1996-
2000թթ. համար:

7.22. Մարզի բոլոր ուղիներով իրացման մանրածախ ապրանքաշրջանառությունը 2001 թվականին ավելացել է 20%-ով 2000 թվականի համեմատությամբ, իսկ 2002 թվականին 2001 թվականի համեմատությամբ ավելացել է ևս 10%-ով: Որոշել մարզի մանրածախ ապրանքաշրջանառությունը 2000, 2001 և 2002 թվականներին, եթե մանրածախ ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելանքը 2001 թվականին 2000 թվականի համեմատությամբ կազմել է 3600 հազ. դրամ:

7.23. Երկու երկրներում պողպատի արտադրության վերաբերյալ 1999-2003թթ. համար հայտնի են հետևյալ տվյալները (մլն. տ):

Երկիրը	1999	2000	2001	2002	2003
Ա	9.5	12.8	14.5	16.9	19.1
Բ	20.6	28.3	35.7	43.2	45.8

Երկու երկրներում պողպատի արտադրությունը վերլուծելու նպատակով անհրաժեշտ է.

- ա) դինամիկայի շարքերը բերել ընդհանուր հիմքի,
 - բ) պատկերել դինամիկայի հարաբերական մեծությունները գծային դիագրամայի տեսքով,
 - գ) հաշվարկել պողպատի արտադրության առաջանցման գործակիցը Բ երկրում Ա երկրի համեմատությամբ:
- Կատարել եզրակացություններ:

7.24. Բրոքերային գրասենյակների թվի և կատարված վաճառքների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Ցուցանիշ	1999	2000	2001	2002	2003
Բրոքերային գրասենյակների թիվը	9.5	12.8	14.5	16.9	19.1
Վաճառքների թիվը	20.6	28.3	35.7	43.2	45.8

Գրասենյակների թվի և կատարված վաճառքների միջև համեմատական վերլուծության համար.

- ա) բերել դինամիկայի շարքերը ընդհանուր հիմքի,
- բ) պատկերել դինամիկայի հարաբերական մեծությունները գծային դիագրամայի տեսքով,
- գ) հաշվարկել վաճառքների թվի և բրոքերային գրասենյակների թվի առաջանցման գործակիցը: Կատարել եզրակացություններ:

7.25. Մարզի բոլոր տեսակի տնտեսություններում կովերի քլխաքանակի վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (հազ. գլուխ):

Տարեթիվ	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Հունվարի 1-ի դրությամբ	37.6	38.1	40.1	42.5	-	-	-	-
Հունիսի 1-ի դրությամբ	-	-	-	44.7	44.8	45.0	45.2	46.0

Շարքի մակարդակները բերել համադրելի տեսքի:

7.26. Ֆիրմայի բանվորների թվի դինամիկայի վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (մարդ):

Տարեթիվ	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Հունվարի 1-ի դրությամբ	420	429	427	431	-	-	-	-
Միջին տարեկան թիվը	-	-	-	435	442	450	460	465

Շարքի մակարդակները բերել համադրելի տեսքի:

7.27. Շինարարական ֆիրմայում մինչ և հետընդլայնումը շինմոնտաժային աշխատանքների ծավալը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով (հազ. քառ. մետր):

Շինմոնտաժային աշխատանքների ծավալը	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Մինչև ընդլայնումը	255	260	264	268	-	-	-
Ընդլայնումից հետո	-	-	-	290	296	299	304

Շարքի մակարդակները բերել համադրելի տեսքի (միակցել): Աշխատանքների կատարման ծավալի դինամիկան ներկայացնել գծային դիագրամայի տեսքով:

7.28. Մարզի մանրածախ ապրանքաշրջանառության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (մլրդ. դրամ)

Ամիսը	2001	2002	2003
Հունվար	7.4	7.8	8.3
Փետրվար	7.9	8.2	8.6
Մարտ	8.7	9.2	9.7
Ապրիլ	8.2	8.6	9.1
Մայիս	7.9	8.3	8.8
Հունիս	8.2	8.7	9.1
Հուլիս	8.3	8.8	9.3
Օգոստոս	8.8	9.3	9.9
Սեպտեմբեր	8.7	8.9	9.3
Հոկտեմբեր	8.8	8.2	9.9
Նոյեմբեր	8.3	8.8	9.8
Դեկտեմբեր	9.0	9.5	9.3

Մարզի մանրածախ ապրանքաշրջանառության ընդհանուր միտումն ըստ ամիսների 2001-2003թթ. համար ուսումնասիրելու նպատակով կատարել.

1. Ելակետային տվյալների ձևափոխում ժամանակահատվածների խոշորացման միջոցով
- ա) եռամսյակային մակարդակով,

բ) տարեկան մակարդակով,

2. մանրածախ ապրանքաշրջանառության եռամսյակային մակարդակների հարթեցում սահող միջինի օգնությամբ:

Գրաֆիկորեն պատկերել դինամիկայի շարքի փաստացի և հարթեցված մակարդակները: Կատարել եզրակացություն մանրածախ ապրանքաշրջանառության ընդհանուր միտման բնույթի վերաբերյալ:

7.29. Մարզի մանրածախ ապրանքաշրջանառությունը 2003թ. ըստ ամիսների բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով (մլրդ. դրամ).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22.8	24.9	31.0	29.5	30.5	35.6	36.4	42.8	45.1	47.3	51.0	53.4

Սահմանել տվյալ շարքի հարթեցման ֆունկցիան: Գտնել մանրածախ ապրանքաշրջանառության ընդհանուր ծավալի դինամիկան ըստ 2003թ. ամիսների, բնութագրող տրենդը:

7.30. Մարզի ընդհանուր օգտագործման երկաթուղային տրանսպորտով բեռների փոխադրման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները. (մլն. տ)

Ամիսը	2001	2002	2003
Հունվար	142	114	92
Փետրվար	143	108	83
Մարտ	156	123	93
Ապրիլ	152	122	92
Մայիս	152	120	89
Հունիս	138	115	89
Հուլիս	131	114	87
Օգոստոս	127	111	85
Սեպտեմբեր	125	108	88
Հոկտեմբեր	128	111	90
Նոյեմբեր	119	100	86
Դեկտեմբեր	120	100	86

Մարզի ընդհանուր օգտագործման երկաթուղային տրանսպորտով բեռների փոխադրման ընդհանուր միտումն ըստ ամիսների 2001-2003թթ. համար ուսումնասիրելու նպատակով կատարել.

1. ելակետային տվյալների ձևափոխում ժամանակահատվածների խոշորացման միջոցով՝

ա) եռամսյակային մակարդակով,

բ) տարեկան մակարդակով,

2. բեռների փոխադրման եռամսյակային մակարդակների հարթեցում սահող միջինի օգնությամբ:

Գրաֆիկորեն պատկերել դինամիկայի շարքի փաստացի և հարթեցված մակարդակները: Կատարել եզրակացություն բեռների փոխադրման ընդհանուր միտման բնույթի վերաբերյալ:

7.31. Հանրախանութի ապրանքային պաշարները 2003թ. ըստ ամիսների բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով (մլն. դրամ).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
21.2	21.3	21.2	21.3	21.2	21.0	21.0	20.2	19.2	20.1	20.8	21.1

Կատարել. ա) ապրանքային պաշարների շարքի հարթեցում չորս-անդամյա սահող միջինի մեթոդով, բ) դինամիկայի շարքի հարթեցում ուղիղ գծի օգնությամբ: Գրաֆիկորեն պատկերել փաստացի և հարթեցված մակարդակները:

7.32. Բուսաբուծության արտադրանքի արտադրությունը Ռուսաստանում բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով (մլն. տ).

Տարեթիվ	Շաքարի ճակնդեղ	Բանջարեղեն	Կարտոֆիլ	Վուշաթել
1990	33.2	11.2	35.9	124
1991	24.3	10.4	34.3	102
1992	25.5	10.0	38.3	78
1993	25.5	9.8	37.7	58
1994	13.9	9.6	33.8	54
1995	19.1	11.3	39.9	69
1996	16.2	10.7	38.7	59
1997	13.9	11.1	37.0	23
1998	10.8	10.5	31.4	34
1999	15.2	12.3	31.3	24
2000	14.1	12.5	34.0	51

Բուսաբուծության արտադրանքի յուրաքանչյուր տեսակի դինամիկայի հիմնական միտումը բացահայտելու նպատակով կատարել.

ա) դինամիկայի շարքերի մակարդակների հարթեցում երեքամյա սահող միջինի մեթոդով,

բ) վերլուծական (անալիտիկ) հարթեցում: Բուսաբուծության յուրաքանչյուր արտադրանքի զարգացման ընդհանուր միտումն արտահայտել համապատասխան մաթեմատիկական հավասարումներով: Որոշել դինամիկայի շարքերի հարթեցված (տեսական) մակարդակները: Ստացված արդյունքների հիման վրա կատարել եզրակացություն:

7.33. Մարզի մանրածախ ապրանքաշրջանառության ներտարեկան դինամիկան ըստ ամիսների 2001-2003թթ. վերլուծելու նպատակով, օգտագործելով 10.29. խնդրի տվյալները, որոշել սեզոնայնության ինդեքսները.

ա) 12-ամսյա սահող միջինի մեթոդով,

բ) ուղիղ գծի հարթեցման մեթոդով:

Գրաֆիկորեն պատկերել սեզոնային ալիքը գծային դիագրամայի օգնությամբ: Կատարել եզրակացություն:

7.34. Մարզում ծնվածների թվի և գրանցված ամուսնությունների վերաբերյալ ըստ ամիսների 2002-2003թթ. հայտնի են հետևյալ տվյալները (հազ.).

Ամիսներ	Ծնվածների թիվը		Գրանցված ամուսնությունների թիվը	
	2002	2003	2002	2003
Հունվար	43.7	44.5	22.3	20.9
Փետրվար	38.1	39.5	22.9	21.9
Մարտ	42.5	43.4	21.9	19.8
Ապրիլ	41.4	41.8	19.6	22.6
Մայիս	43.1	43.6	18.8	18.2
Հունիս	42.3	43.2	23.2	22.4
Հուլիս	43.9	44.3	24.3	26.9
Օգոստոս	42.2	43.6	31.6	30.2
Սեպտեմբեր	40.2	41.2	25.3	25.3
Հոկտեմբեր	39.9	41.3	25.1	24.8
Նոյեմբեր	39.2	41.3	22.2	22.3
Դեկտեմբեր	39.4	42.3	21.6	21.6
Ընդամենը	495.9	5100.0	278.8	276.9

Ծնվածների և ամուսնությունների թվերի ներտարեկան դինամիկայի վերլուծության նպատակով որոշել սեզոնայնության ինդեքսները.

ա) հաստատուն միջինի մեթոդով,

բ) ուղիղ գծի վերլուծական հարթեցման մեթոդով: Գրաֆիկորեն պատկերել ուսումնասիրվող երևույթների զարգացման սեզոնային ալիքն ըստ տարվա ամիսների:

7.35. Հինարարական ֆիրմայի կատարած աշխատանքների ծավալը նախահաշվի արժեքով 2001-2003թթ. ըստ ամիսների բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով (մլն. դրամ).

Ամիսներ	2001	2002	2003
Հունվար	1.6	2.0	2.2
Փետրվար	1.8	2.1	2.4
Մարտ	2.2	2.4	2.8
Ապրիլ	2.4	2.6	2.9
Մայիս	2.6	2.8	3.1
Հունիս	2.8	3.0	3.2
Հուլիս	3.2	3.3	3.4
Օգոստոս	3.3	3.5	3.4
Սեպտեմբեր	3.2	3.3	3.0
Հոկտեմբեր	2.9	3.1	3.2
Նոյեմբեր	2.7	2.7	3.2
Դեկտեմբեր	2.5	2.5	3.0
Ընդամենը	31.2	33.3	35.8

Հինարարությունում կատարված աշխատանքների ծավալի ներտարեկան դինամիկան ուսումնասիրելու նպատակով.

ա) որոշել կատարված աշխատանքների ծավալն ըստ ամիսների՝ օգտագործելով Ֆուլդերի շարքի պարբերական ֆունկցիան ըստ առաջին և երկրորդ հարմոնիկների,

բ) համեմատել ստացված արդյունքները՝ ելակետային և հարթեցված տվյալների շեղումների քառակուսիների գումարի հաշվարկման միջոցով,

գ) հաշվարկել սեզոնայնության ինդեքսները՝ կատարված աշխատանքների ծավալի հարթեցված մակարդակներն ըստ ամիսների հարաբերելով միջին տարեկան մակարդակին,

դ) կառուցել սեզոնային ալիքի գրաֆիկը: Հավասարման պարամետրերի հաշվարկման համար օգտվել 11 հավելվածից:

7.36. Մարզի մանրածախ առևտրի ցանցին բրդյա գործվածքների մատակարարման ներտարեկան դինամիկան 2001-2003թթ. ըստ եռամսյակների բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով (հազ. դրամ).

Եռամսյակ	2001	2002	2003
I	166.1	170.8	179.9
II	168.8	179.1	155.3
III	191.0	171.8	186.0
IV	193.6	186.6	179.1
Ընդամենը	719.5	708.3	700.3

Բրդյա գործվածքների մատակարարման ներտարեկան դինամիկան վերլուծելու նպատակով.

ա) որոշել սեզոնայնության ինդեքսներն ուղիղ գծով վերլուծական հարթեցման մեթոդի օգնությամբ,

բ) պատկերել գրաֆիկորեն ուսումնասիրվող երևույթի զարգացման սեզոնային ալիքն ըստ ամիսների:

7.37. Մարզի մանրածախ ապրանքաշրջանառության ծավալը 2001-2003թթ. ըստ եռամսյակների բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով. (մլն. դրամ)

Եռամսյակ	2001	2002	2003
I	810	1069	1319
II	1750	2365	2735
III	1774	2418	2881
IV	959	1486	1551
Ընդամենը	5293	7338	8486

Մանրածախ ապրանքաշրջանառության ծավալի ներտարեկան դինամիկայի վերլուծության նպատակով.

ա) որոշել սեզոնայնության ինդեքսները հաստատուն միջինի մեթոդով,

բ) պատկերել գրաֆիկորեն ուսումնասիրվող երևույթի զարգացման սեզոնային ալիքն ըստ ամիսների:

7.38. Զաղաքում հեղուկ գազի իրացման տվյալներով հաշվարկել 12-ամսյա սահող միջինները և սեզոնայնության ինդեքսները սահող միջինների մեթոդով (հազ. լ)։

Ամիս	2002	2003
Հունվար	186.1	146.5
Փետրվար	157.9	138.9
Մարտ	188.7	151.6
Ապրիլ	243.5	231.2
Մայիս	275.4	266.5
Հունիս	284.4	255.9
Հուլիս	274.5	309.3
Օգոստոս	304.4	262.1
Սեպտեմբեր	307.8	292.0
Հոկտեմբեր	319.6	311.0
Նոյեմբեր	183.6	178.4
Դեկտեմբեր	177.8	237.9

7.39. Նախորդ 7.38 խնդրի տվյալներով։

ա) որոշել քաղաքում հեղուկ գազի իրացումը՝ օգտագործելով Ֆուրյեի շարքի պարբերական ֆունկցիան ըստ առաջին և երկրորդ հարմոնիկների,

բ) համեմատել ստացված արդյունքները ելակետային և հարթեցված տվյալների շեղումների բաժակուսիների գումարի հաշվարկման միջոցով,

գ) հաշվարկել սեզոնայնության ինդեքսները՝ իրացված հեղուկ գազի հարթեցված մակարդակներն ըստ ամիսների հարաբերելով միջին տարեկան մակարդակին,

դ) կառուցել սեզոնային ալիքի գրաֆիկը։ Հավասարման պարամետրերի հաշվարկման համար օգտվել 11 հավելվածից։

7.40. Մարզի ֆերմերային տնտեսությունների թվի վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները։

Տարի	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Միավոր	320	440	815	3186	1142	22783

Ֆերմերային տնտեսությունների թվի դինամիկայի վերլուծության նպատակով որոշել։

ա) ֆերմերային տնտեսությունների միջին տարեկան թիվը,

բ) յուրաքանչյուր տարում ֆերմերային տնտեսությունների թվի շղթայական և 1998թ. նկատմամբ՝ բացարձակ և հարաբերական փոփոխությունները : Ստացված արդյունքները ներկայացնել աղյուսակի տեսքով,

գ) աճի և հավելաճի միջին տարեկան տեմպերը,

դ) ֆերմերային տնտեսությունների սպասվելիք թիվը 2004-2007թթ. պայմանով, որ դրանց թվի աճի միջին տարեկան տեմպը կապահավի նաև առաջիկայում։

7.41. Մարզում գործվածքների արտադրության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները (մլն. մ²)։

Տարեթիվ	Գործվածքներ		
	մետաքսյա	բամբակյա	բրդյա
1994	1.14	6.15	0.64
1995	1.51	6.63	0.74
1996	1.60	6.78	0.76
1997	1.65	6.81	0.77
1998	1.69	6.97	0.78
1999	1.73	6.97	0.77
2000	1.77	7.07	0.76
2001	1.81	7.17	0.77
2002	1.82	7.15	0.74
2003	1.90	7.30	0.70

Գործվածքների արտադրության հիմնական միտումն ուսումնասիրելու նպատակով։

ա) հաշվարկել միջին բացարձակ հավելաճը և աճի միջին տեմպը,

բ) կատարել գործվածքի յուրաքանչյուր տեսակի վերլուծական հարթեցում ըստ համապատասխան մաթեմատիկական հավասարումների։

7.42. Մարզում 1994-2003թթ. գործվածքների արտադրության վերաբերյալ 7.41 խնդրի տվյալներով կատարել էքստրապոլիացիա առաջիկա տարիների համար, ըստ։

ա) միջին բացարձակ հավելաճի, աճի միջին տեմպի,

բ) դինամիկայի շարքի մակարդակների վերլուծական հարթեցման։

Համեմատել ստացված արդյունքները և ընտրել կանխատեսումների լավագույնը։

7.43. Հանրապետության տնտեսություններում գյուղատնտեսական մշակաբույսերի բերքատվության դինամիկան 1993-2003թթ. բնութագրվում է հետևյալ ֆունկցիաներով։

$$\text{հացահատիկ} \quad \bar{y}_t = 7.835 \cdot 1.031^t,$$

$$\text{բանջարեղեն} \quad \bar{y}_t = 59.038 + 3.719^t,$$

$$\text{կարտոֆիլ} \quad \bar{y}_t = 101.971 - 3.403t + 0.179t^2,$$

$$\text{արևածաղիկ} \quad \bar{y}_t = 2.651 + 0.405t:$$

Այդ հավասարումների հիման վրա կատարել 1993-2003թթ. տեսական մակարդակների հաշվարկ։ Ընդունելով, որ նշված մշակաբույսերի բերքատվության փոփոխության բացահայտված օրինաչափությունը կապահավի նաև առաջիկայում, որոշել 2004-2008թթ. այդ մշակաբույսերի սպասվելիք բերքատվության մակարդակները։

7.44. Զաղաքի տեղական բյուջեի եկամուտների և սոցիալ-մշակութային ծախսերի վերաբերյալ (համադրելի գներով) հայտնի են հետևյալ տվյալները (մլն. դրամ).

Տարեթիվ	Տեղական բյուջեի եկամուտներ	Սոցիալ-մշակութային միջոցառումների ծախսեր
1992	31.5	10.9
1993	33.1	11.4
1994	35.5	12.1
1995	36.3	12.6
1996	36.7	12.8
1997	39.2	12.9
1998	42.1	13.0
1999	43.7	13.4
2000	47.5	14.3
2001	49.4	15.0
2002	50.3	15.2
2003	51.5	15.4

Դինամիկայի շարքերի միջև կապի ուսումնասիրության նպատակով.
ա) ստուգել դինամիկայի շարքերում ավտոկոռելացիայի առկայությունը,

բ) հաշվարկել կոռելյացիայի գույգային գործակիցը,

գ) ընտրել փոխկապվածության մոդելի տեսակը,

դ) կառուցել ռեգրեսիայի հավասարումը և ստուգել դրա նշանակալիությունը:

7.45. Մարզի տրանսպորտի ձեռնարկությունների բեռնաշրջանառությունը և դրանց կողմից փոխադրված բեռները 1992-2003թթ. բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով.

Տարեթիվ	Բեռնաշրջանառություն, մլրդ. տկմ	Բեռների փոխադրում, մլն.տ
1992	280	285
1993	304	283
1994	270	321
1995	305	302
1996	301	316
1997	307	359
1998	296	334
1999	299	347
2000	296	333
2001	269	358
2002	310	305
2003	286	297

Դինամիկայի շարքերի միջև կապի ուսումնասիրության նպատակով կատարել.

ա) շարքերի հարթեցում ուղիղ գծի հավասարման միջոցով,

բ) հաշվարկել հարթեցված մակարդակներից փաստացի տվյալների շեղումները,

գ) հաշվարկել կոռելյացիայի գործակիցը՝ օգտագործելով ստացված շեղումները:

7.46. Առևտրային բանկի գործունեության հիմնական ցուցանիշների դինամիկան 1995-2003թթ. բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

(մլն. դրամ)

Տարի	Շահույթ ընդամենը	Վճարված կանոնադրական ֆոնդ	Սեփական միջոցներ	Կարծառանկետ փոխառություններ	Կապիտալ
1995	0.16	0.23	0.25	2.82	0.25
1996	2.43	2.15	3.5	13.8	3.5
1997	27.7	7.1	19.9	74.1	19.9
1998	70.8	25.0	88.1	191.8	80.9
1999	119.9	100.3	246.7	802.1	235.6
2000	221.8	149.9	493.2	395.1	433.4
2001	187.3	200.1	609.7	597.8	516.1
2002	149.1	225.5	915.0	970.3	552.7
2003	246.3	225.5	1267.8	790.8	683.8

Փոխկապվածությունը վերլուծելու նպատակով ընտրել արդյունքային և գործոնային հատկանիշները, այնուհետև՝

ա) որոշել կոռելյացիայի գույգային գործակիցները,

բ) ստուգել դինամիկայի շարքերի ավտոկոռելացիան,

գ) հաշվարկել կոռելյացիայի գույգային գործակիցներն ըստ տրենդից շեղումների,

դ) որոշել տրենդից շեղումների ռեգրեսիայի հավասարումը,

ե) որոշել ուսումնասիրվող գործոնների միջև կապի հավասարումը՝ ներառելով ժամանակի գործոնը: Հաշվարկների հիման վրա կատարել եզրակացություն:

ՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ԻՆՂԵՔՆԵՐ

8.1 Մեթոդական ցուցումներ և սիդային խնդիրների լուծում

Տնտեսական ինդեքսը հարաբերական մեծություն է, որը բնութագրում է ուսումնասիրվող երևույթի փոփոխությունն ըստ ժամանակի, տարածության մեջ կամ որևէ չափանիշի (պլանային, նորմատիվային մակարդակի և այլնի) համեմատությամբ: Եթե որպես համեմատման բազա օգտագործվում է որևէ նախորդ ժամանակաշրջանի մակարդակ, ապա ստանում են դինամիկայի ինդեքս, իսկ եթե բազա է հանդիսանում նույն երևույթի մեկ այլ տարածքի մակարդակը, ապա ստանում են տերիտորիալ ինդեքս: Ինդեքսը հետազոտման անփոխարինելի գործիք է այն դեպքերում, երբ հարկավոր է համեմատել երկու համակցություն ժամանակի կամ տարածության մեջ, և որոնց տարրերն անհամաչափելի մեծություններ են:

Անհատական և ընդհանուր ինդեքսներ: Ինդեքսային վերլուծությունում օգտագործվող ամենապարզ ցուցանիշն է անհատական ինդեքսը, որը բնութագրում է այս կամ այն համակցության առանձին տարրերի փոփոխությունը ժամանակի կամ տարածության մեջ: Այսպես, *զմի անհատական ինդեքսը* հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

որտեղ p_1 - միավոր ապրանքի գինն է ընթացիկ ժամանակաշրջանում,

p_0 - միավոր ապրանքի գինը բազիսային ժամանակաշրջանում:

Օրինակ՝ եթե «Ա» ապրանքի գինն ընթացիկ ժամանակաշրջանում կազմել է 300 դրամ, իսկ բազիսայինում՝ 250 դրամ, ապա գնի անհատական ինդեքսը հավասար է՝

$$i_p = \frac{300}{250} = 1.2 \text{ կամ } 120\%:$$

Տվյալ օրինակում «Ա» ապրանքի գինը բազիսային ժամանակաշրջանի համեմատությամբ աճել է 1.2 անգամ կամ 20%-ով:

Ապրանքի վաճառքի ծավալի փոփոխությունը բնեղեն չափի միավորներով գնահատվում է իրացման *ֆիզիկական ծավալի անհատական ինդեքսի* օգնությամբ.

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

որտեղ q_1 - ընթացիկ ժամանակաշրջանում իրացված ապրանքի քանակն է,

q_0 - բազիսային ժամանակաշրջանում իրացված ապրանքի քանակը:

Ապրանքի իրացման ծավալի փոփոխությունն արժեքային արտահայտությամբ բնութագրում է *ապրանքաշրջանառության անհատական ինդեքսը*.

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}:$$

Անհատական ինդեքսները, ըստ էության, իրենցից ներկայացնում են դինամիկայի կամ աճի տեմպի հարաբերական ցուցանիշներ և մի քանի ժամանակաշրջանի տվյալներով կարող են հաշվարկվել շղթայական ու բազիսային ձևերով:

Ընդհանուր (ամփոփ) ինդեքսը բարդ հարաբերական ցուցանիշ է, որը բնութագրում է ամփոփականորեն անհամաչափ տարրերից բաղկացած սոցիալ-տնտեսական երևույթի միջին փոփոխությունը: Ամփոփ ինդեքսի ելակետային ձևն է ագրեգատայինը:

Տարասեռ համակցության ագրեգատային ինդեքսի հաշվարկման ժամանակ գտնում են այնպիսի ընդհանուր ցուցանիշ, որի մեջ կարելի է միավորել դրա բոլոր տարրերը: **Պիտենք մանրածախ գների օրինակը:** Մանրածախ առևտրում իրացվող տարբեր ապրանքների գների գումարումը ոչ օրինաչափ է: Սակայն տնտեսագիտական տեսանկյունից լիովին թույլատրելի է ըստ այդ ապրանքների ապրանքաշրջանառության գումարումը: Եթե հաշվետու ժամանակաշրջանի ապրանքաշրջանառությունը համեմատենք դրա բազիսային ժամանակաշրջանի մեծության հետ, ապա կստանանք *ապրանքաշրջանառության ընդհանուր ինդեքսը*.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}:$$

Տվյալ ինդեքսի մեծության վրա իրենց ազդեցությունն են թողնում ինչպես ապրանքների գները, այնպես էլ դրանց իրացման ծավալները: Որպեսզի գնահատվի միայն գների փոփոխությունը (ինդեքսավորվող մեծություն), հարկավոր է վաճառված ապրանքների քանակը (ինդեքսի կշիռներ) վերցնել որևէ հաստատուն մակարդակով: Այնպիսի ցուցանիշների հետազոտության ժամանակ, ինչպիսիք են գինը, ինքնարժեքը, աշխատանքի արտադրողականությունը, բերքատվությունը՝ քանակական ցուցանիշը, սովորաբար վերցնում են ընթացիկ ժամանակաշրջանի մակարդակով: Այսպիսի եղանակով ստանում են գների ընդհանուր ինդեքսը (Պաաշեի մեթոդով)².

² Հարկավոր է նշել, որ գների ընդհանուր ինդեքսը կարելի է ստանալ նաև Լասպեյրեսի մեթոդով՝ վաճառված ապրանքի քանակը արժանագրելով բազիսային մակարդակի վրա:

$$I_p = \frac{p_1q_1^1 + p_1q_1^2 + \dots + p_1q_1^n}{p_0q_1^1 + p_0q_1^2 + \dots + p_0q_1^n} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$$

Տվյալ ինդեքսի համարիչը պարունակում է հաշվետու ժամանակաշրջանի փաստացի ապրանքաշրջանառությունը, իսկ հայտարարն իրենից ներկայացնում է պայմանական մեծություն, որը ցույց է տալիս, թե որքան կլինե՞ր ապրանքաշրջանառությունը ընթացիկ ժամանակաշրջանում՝ պայմանով, որ գները պահպանվեն բազիսային մակարդակով: Այդ երկու կատեգորիաների համադրումն էլ արտահայտում է տեղի ունեցած գների փոփոխությունը:

Տվյալ ինդեքսային համակարգի երրորդ ինդեքսն է իրացման *ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսը*, որը բնութագրում է վաճառված ապրանքների քանակի փոփոխությունը ոչ թե դրամական, այլ ֆիզիկական չափի միավորներով:

$$I_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0}$$

Տվյալ ինդեքսում որպես կշիռներ հանդես են գալիս գները, որոնք արձանագրվում են բազիսային մակարդակով: Հաշվարկված ինդեքսների միջև գոյություն ունի հետևյալ փոխկապվածությունը:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q$$

Օրինակ: Քաղաքում գյուղմթերքների իրացման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները:

Աղյուսակ 8.1

Քաղաքում գյուղմթերքների իրացումը

Մթերք	Հուլիս		Օգոստոս		Հաշվարկային սյունակներ, մլն. դրամ		
	մեկ կգ-ի գինը, դրամ, p_0	վաճառվել է, տ q_0	մեկ կգ-ի գինը, դրամ p_1	վաճառվել է, տ q_1	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
Կեռաս	480	18	480	15	8.64	7.20	7.20
Դեղձ	440	22	400	27	9.68	10.80	11.88
Խաղող	360	20	280	24	7.20	6.72	8.64
Ընդամենը	-	-	-	-	25.52	24.72	27.72

Հաշվարկել ապրանքաշրջանառության ինդեքսը: Լուծում.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{24.72}{25.52} = 0.969 \text{ կամ } 96.9\%:$$

Ստացված մեծությունը նշանակում է, որ հաշվետու ժամանակաշրջանում տվյալ ապրանքային խմբի ապրանքաշրջանառությունն ամբողջությամբ բազիսայինի համեմատությամբ նվազել է 3.1%-ով (100-96.9):
Գների ընդհանուր ինդեքսը հավասար է՝

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{24.72}{27.72} = 0.892 \text{ կամ } 89.2\%:$$

Տվյալ ապրանքային խմբի գներն օգոստոսին հուլիսի համեմատությամբ միջինում նվազել են 10.8%-ով: Տվյալ ինդեքսի համարիչի և հայտարարի տարբերությունն արտահայտում է գների փոփոխության արդյունքում գնորդների ստացած տնտեսման գումարը:

$$\Theta = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1 = 24.72 - 27.72 = -3.00 \text{ մլն. դրամ:}$$

Իրացման ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը կկազմի՝

$$I_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} = \frac{27.72}{25.52} = 1.086 \text{ կամ } 108.6\%,$$

նշանակում է, որ իրացման (ապրանքաշրջանառության) ֆիզիկական ծավալն աճել է 8.6%-ով:

Հաշվարկների ճշտությունն ստուգենք՝ օգտագործելով ինդեքսների փոխկապվածությունը:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 0.892 \cdot 1.086 = 0.969 \text{ կամ } 96.9\%:$$

Մենք դիտեցինք ագրետային ինդեքսների կիրառումն ապրանքաշրջանառության և գների վերլուծության դեպքում: Արդյունաբերական ձեռնարկության արտադրական գործունեության արդյունքների վերլուծությունում վերոհիշյալ ընդհանուր ինդեքսները համապատասխանաբար կոչվում են արտադրանքի արժեքի, մեծածախ գների և արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսներ:

Քանի որ ագրեգատային ինդեքսների համարիչն ու հայտարարն ունեն տնտեսագիտական իմաստ, ապա վիճակագրական վերլուծության մեջ հաճախ օգտագործվում են դրանց տարբերությունները: Օրինակ, ապրանքաշրջանառության ինդեքսի համարիչի և հայտարարի տարբերությունը՝

$$\Delta pq = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_0$$

բնութագրում է հաշվետու ժամանակաշրջանում ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելաճը բազիսայինի համեմատությամբ, ի հաշիվ՝
ա) վաճառքների ֆիզիկական ծավալի փոփոխության,
բ) գների փոփոխության:

Այս երկու գործոններից յուրաքանչյուրի մեկուսացված ազդեցության չափումը կարելի է իրականացնել համապատասխան վերլուծական ինդեքսների համարիչի և հայտարարի տարբերությամբ:

Ֆիզիկական ծավալի ինդեքսի (Լասպեյրեսի բանաձև) համարիչի և հայտարարի տարբերությունը ցույց է տալիս, թե ինչպես է փոխվել ապրանքաշրջանառությունը բացարձակ արտահայտությամբ՝ ի հաշիվ վաճառքների ֆիզիկական ծավալի աճի (նվազման)։

$$\Delta p q_{(q)} = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 :$$

Գնի ինդեքսի (Պաշտեի բանաձև) համարիչի և հայտարարի տարբերությունը նշանակում է՝ ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելածը գների աճի (նվազման) արդյունքում։

$$\Delta p q_{(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 :$$

Առանձին գործոնների հաշվին արձանագրված փոփոխությունների գումարը տալիս է արդյունքային հատկանիշի ընդհանուր բացարձակ փոփոխությունը։

$$\Delta p q = \Delta p q_{(q)} + \Delta p q_{(p)} :$$

Ապրանքաշրջանառության ընդհանուր փոփոխության ձևավորման մեջ յուրաքանչյուր գործոնի մասնակցությունը հարաբերական արտահայտությամբ որոշվում է հետևյալ բանաձևերով։

- ապրանքաշրջանառության հավելածը՝ ի հաշիվ վաճառքների ծավալի փոփոխության։

$$\% \Delta p q_{(q)} = \frac{\Delta p q_{(q)}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = I_q - 1,$$

- ապրանքաշրջանառության հարաբերական հավելածը՝ ի հաշիվ գների փոփոխության։

$$\% \Delta p q_{(p)} = \frac{\Delta p q_{(p)}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = I_{pq} - I_q = I_q \cdot (I_p - 1) :$$

Նախորդ օրինակի (8.1 աղյուսակի) տվյալների հիման վրա որոշենք ապրանքաշրջանառության ընդհանուր հավելածը բացարձակ և հարաբերական արտահայտությամբ, այդ թվում ի հաշիվ՝

ա) վաճառքների ֆիզիկական ծավալի փոփոխության,

բ) գների փոփոխության։

Ապրանքաշրջանառության ընդհանուր բացարձակ հավելածը կազմել է՝

$$\Delta p q = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 24.72 - 25.52 = -0.8 \text{ մլն. դրամ,}$$

այդ թվում ի հաշիվ՝

ա) վաճառքների ֆիզիկական ծավալի փոփոխության՝

$$\Delta p q_{(q)} = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 27.72 - 25.52 = 2.20 \text{ մլն. դրամ,}$$

բ) գների փոփոխության՝

$$\Delta p q_{(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 24.72 - 27.72 = -3.0 \text{ մլն. դրամ:}$$

Ապրանքաշրջանառության ընդհանուր հավելածը հարաբերական արտահայտությամբ հավասար է՝

$$\% \Delta p q = \frac{\Delta p q}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = I_{pq} - 1 = 0.969 - 1 = -0.031 \text{ կամ } -3.1\%,$$

այդ թվում ի հաշիվ՝

ա) վաճառքների ֆիզիկական ծավալի փոփոխության՝

$$\% \Delta p q_{(q)} = \frac{\Delta p q_{(q)}}{\sum p_0 q_0} = \frac{2.2}{25.52} = 0.086 \text{ կամ } 8.6\%,$$

$$\text{կամ } \% \Delta p q_{(q)} = I_q - 1 = 1.086 - 1 = 0.086,$$

բ) գների փոփոխության՝

$$\% \Delta p q_{(p)} = \frac{\Delta p q_{(p)}}{\sum p_0 q_0} = \frac{-3.0}{25.52} = -0.117 \text{ կամ } -11.7\%,$$

$$\text{կամ } \% \Delta p q_{(p)} = I_{pq} - I_q = 0.969 - 1.086 = -0.117:$$

Վիճակագրական վերլուծություն կատարելու ժամանակ կարող է որոշվել նաև արդյունքի ընդհանուր փոփոխության ձևավորման մեջ յուրաքանչյուր գործոնի մասը (տեսակարար կշիռը)։

- Ապրանքաշրջանառության հավելածի մասն ի հաշիվ վաճառքների ֆիզիկական ծավալի փոփոխության՝

$$d \Delta p q_{(q)} = \frac{\Delta p q_{(q)}}{\Delta p q} = \frac{I_q - 1}{I_{pq} - 1},$$

- ապրանքաշրջանառության հավելածի մասն ի հաշիվ գների փոփոխության՝

$$d \Delta p q_{(p)} = \frac{\Delta p q_{(p)}}{\Delta p q} = \frac{I_{pq} - I_q}{I_{pq} - 1} = \frac{I_q \cdot (I_p - 1)}{I_{pq} - 1} :$$

Այդ դեպքում՝

$$d\Delta p_{q(q)} + d\Delta p_{q(p)} = 1$$

կամ 100%, եթե մասերն արտահայտված են տոկոսներով:

Նկատենք, որ արդյունքի ձևավորման մեջ առանձին գործոնների մասի գնահատումը կատարվում է միայն գործոն-հատկանիշների միառոտված փոփոխության դեպքում:

Դիտենք ինդեքսային մեթոդի կիրառումն արտադրության ծախսումների և արտադրանքի ինքնարժեքի վերլուծության մեջ:

Ինքնարժեքի անհատական ինդեքսը բնութագրում է հաշվետու ժամանակաշրջանում արտադրանքի առանձին տեսակի ինքնարժեքի փոփոխությունը՝ բազիսայինի համեմատությամբ.

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}:$$

Ձեռնարկության կողմից թողարկվող մի քանի արտադրատեսակների ինքնարժեքի մակարդակի ընդհանուր փոփոխությունը որոշելու նպատակով հաշվարկվում է ինքնարժեքի ընդհանուր ինդեքսը: Ընդ որում, ինքնարժեքը կշռվում է հաշվետու ժամանակաշրջանում թողարկված արտադրանքի առանձին տեսակների ծավալով.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}:$$

Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսը, ինքնարժեքով կշռված, ունի հետևյալ տեսքը.

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}:$$

Տվյալ ինդեքսային համակարգում երրորդ ցուցանիշն է *արտադրության ծախսումների ընդհանուր ինդեքսը*.

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}:$$

Բոլոր երեք ինդեքսները փոխկապված են միմյանց հետ հետևյալ կերպ.

$$I_z \cdot I_q = I_{zq}:$$

Ինդեքսային մեթոդի կիրառման ևս մեկ շրջանակ է աշխատանքի արտադրողականության փոփոխությունների վերլուծությունը: Ընդ որում, հնարավոր է ինդեքսների հաշվարկման երկու մոտեցում: Առաջինը հիմնված է միավոր ժամանակում թողարկված արտադրանքի քանակի (w) հաշվառման վրա: Երկրորդ մոտեցմամբ՝ աշխատանքի արտադրողականությունը որոշվում է միավոր արտադրանքի վրա ծախսված աշխա-

տաժամանակով (t): Միավոր ժամանակում թողարկված արտադրանքի քանակը (բնեղեն արտահայտությամբ) և միավոր արտադրանքի վրա ծախսված աշխատաժամանակը փոխկապված են միմյանց հետ.

$$w = \frac{1}{t}:$$

Օրինակ՝ եթե աշխատողը յուրաքանչյուր արտադրանքի վրա ծախսում է 15 րոպե ($t=0.25$ ժամ), ապա մեկ ժամում նրա թողարկումը կկազմի 4 արտադրանք: Նշենք, որ թողարկումը կարող է չափվել ոչ միայն բնեղեն, այլ նաև արժեքային արտահայտությամբ (pq):

Աշխատանքի արտադրողականության անհատական ինդեքսներն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0},$$

$$i_w = \frac{t_0}{t_1} = \frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1},$$

որտեղ՝ T -ն տվյալ արտադրանքի թողարկման վրա ժամանակի գումարային ծախսումներն են մարդ-ժամերով, մարդ-օրերով և մարդ-ամիսներով (վերջինս համապատասխանում է աշխատողների ընդհանուր թվին):

Աշխատատարությունն աշխատանքի արտադրողականության հակադարձ ցուցանիշն է: Այդ իսկ պատճառով աշխատատարության նվազումը վկայում է աշխատանքի արտադրողականության աճի մասին: Արտադրանքի տարբեր տեսակների աշխատատարության և դրանց արտադրության ծավալների վերաբերյալ տվյալների հիման վրա կարելի է հաշվարկել *աշխատանքի արտադրողականության ընդհանուր ինդեքսը*.

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}:$$

Տվյալ ինդեքսի հայտարարարն արտահայտում է հաշվետու ժամանակաշրջանում ամբողջ արտադրանքի թողարկման վրա ժամանակի իրական ընդհանուր ծախսումները: Համարիչն իրենից ներկայացնում է պայմանական մեծություն, որը ցույց է տալիս, թե ինչպիսին կլինեին արտադրանքի թողարկման ժամանակի ծախսումները, եթե աշխատատարությունը չփոխվեր:

Օրինակ: Աղյուսակ 8.2-ի տվյալների հիման հաշվարկել աշխատանքի արտադրողականության ընդհանուր ինդեքսը աշխատատարության մեթոդով.

Լուծում.

$$I_w = \frac{1515.6}{1330.6} = 1.139 \text{ կամ } 113.9\%,$$

նշանակում է, որ աշխատանքի արտադրողականությունը ձեռնարկությունում աճել է 13.9%-ով:

Աղյուսակ 8.2

Ձեռնարկությունում աշխատանքի արտադրողականության և արտադրանքի թողարկումը

Արտադրանքի տեսակը	Միավոր արտադրանքի ժամանակի ծախսումները, մարդ-ժամ		Արտադրվել է, հատ		Հաշվարկային սյունակներ, մարդ-ժամ	
	հունվար	փետրվար	հունվար	փետրվար	$t_0 q_1$	$t_1 q_1$
	t_0	t_1	q_0	q_1		
Ա	1.0	0.9	458	450	450.0	405.0
Բ	1.2	1.0	311	324	388.8	324.0
Գ	0.9	0.8	765	752	676.8	601.6
Σ	-	-	-	-	1515.6	1330.6

Աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը (աշխատատարության մեթոդով) կապված է աշխատաժամանակի ծախսումների ինդեքսի և արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսի (աշխատատարությանը կշռված) հետ.

$$I_w \cdot I_{\Sigma T} = I_q,$$

$$\text{կամ } I_q = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} \cdot \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}.$$

Աշխատանքի արտադրողականության արժեքային արտահայտությանը ընդհանուր ինդեքսի հաշվարկման համար հարկավոր է թողարկված արտադրանքի քանակը կշռել համադրելի գներով: Որպես համադրելի գներ կարող են հանդես գալ ընթացիկ, բազիսային կամ որևէ այլ ժամանակաշրջանի գները կամ միջին գները: Ինդեքսը տվյալ տարբերակով հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}.$$

Տվյալ բանաձևի առաջին մասը հաշվետու ժամանակաշրջանի միջին թողարկումն է, երկրորդ մասը՝ բազիսայինի:

Աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսի (ըստ թողարկման) և աշխատաժամանակի ծախսումների ինդեքսի արտադրյալի միջոցով ստանում են արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը՝ գնով կշռված.

$$I_w \cdot I_{\Sigma T} = I_q,$$

$$\text{կամ } I_q = \left(\frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0} \right) \cdot \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p}.$$

Օրինակ: Ենթադրենք ձեռնարկության արտադրանքի թողարկման և դրանց բաց թողման գների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Աղյուսակ 8.3

Արտադրանքի տեսակը	Սեպտեմբեր		Հոկտեմբեր		Բաց թողման գին, հազ. դրամ	Հաշվ. սյունակներ, հազ. դրամ	
	արտադրվել է, հատ	աշխատ. ծախսեր, մ.-ժամ	արտադրվել է, հատ	աշխատ. ծախսեր, մ.-ժամ		$q_0 p$	$q_1 p$
	q_0	T_0	q_1	T_1			
Ա	370	1024	390	1032	20	7400	7800
Բ	210	965	205	960	21	4410	4305
Գ	520	1300	535	1310	18	9360	9630
Σ	-	3289	-	3302	-	21170	21725

Հաշվարկել աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը:
Լուծում.

$$I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0} = \frac{21725}{3302} : \frac{21170}{3289} = 6.58 : 6.44 = 1.022 \text{ կամ } 102.2\%:$$

Այսպես, հաշվետու ժամանակաշրջանում մեկ մարդ-ժամում թողարկվել է 6.58 հազ. դրամի արտադրանք, իսկ բազիսայինում՝ 6.44 հազ. դրամի: Աշխատանքի արտադրողականության հավելածը կազմել է 2.2%:

Միջին ինդեքսներ: Մի շարք դեպքերում ագրեգատային ինդեքսների փոխարեն հարմար է օգտագործել միջին թվաբանական և միջին հարմոնիկ ինդեքսները: Ցանկացած ընդհանուր ինդեքս կարելի է ներկայացնել որպես անհատական ինդեքսների կշռված միջին: Սակայն միջինի տեսակը անհրաժեշտ է ընտրել այնպես, որպեսզի ստացված միջին ինդեքսը լինի ելակետային ագրեգատային ինդեքսին համապատասխան:

Ենթադրենք հայտնի են հաշվետու ժամանակաշրջանում վաճառված արտադրանքի արժեքի ($p_1 q_1$) և ընտրանքային դիտարկման արդյունքում ստացված գների անհատական ինդեքսները (i_p): Այդ դեպքում գների ընդհանուր ինդեքսի հայտարարում կարելի է օգտագործել հետևյալ փոփոխությունը.

$$p_0 = \frac{1}{i_p} p_1:$$

Այսպիսով, գների ընդհանուր ինդեքսը կարտահայտվի անհատական ինդեքսների միջին հարմոնիկի ձևով.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{I_p} \cdot p_1 q_1}$$

Օրինակ: Ստանալ գների փոփոխության ընդհանուր գնահատականը աղյուսակ 8.4-ի տվյալներով.

Աղյուսակ 8.4

Բանջարեղենի իրացումը

Ապրանք	Իրացումը հաշվետու ժամանակաշրջանում, հազ. դրամ $p_1 q_1$	Գների փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատությամբ, տոկոսով, $i_p \cdot 100 - 100$	Հաշվարկային սյունակներ	
			I_p	$\frac{p_1 q_1}{I_p}$
Գազար	23000	+4.0	1.040	22115
Ճակնդեղ	21000	+2.3	1.023	20528
Սոխ	29000	-0.8	0.992	29234
Σ	73000	-	-	71877

Լուծում.

Հաշվարկենք գնի միջին հարմոնիկ ինդեքսը.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{I_p} \cdot p_1 q_1} = \frac{73000}{71877} = 1.016 \text{ կամ } 101.6\%$$

Այսինքն՝ գները տվյալ ապրանքային խմբի մոտ հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատությամբ միջինում աճել են 1.6%-ով:

Ապրանքաշրջանառության ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսի հաշվարկման համար կարելի է կիրառել միջին թվաբանական ինդեքսը: Ընդ որում, հայտարարում կատարվում է հետևյալ փոփոխությունը.

$$q_1 = i_q \cdot q_0$$

Այդ դեպքում ինդեքսը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Օրինակ: Աղյուսակ 8.5-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել ապրանքի իրացման ֆիզիկական ծավալի միջին թվաբանական ինդեքսը:

Լուծում.

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{119505}{124000} = 0.964 \text{ կամ } 96.4 \%$$

Տվյալ ապրանքների իրացման ֆիզիկական ծավալը միջինում նվազել է 3.6%-ով:

Աղյուսակ 8.5

Ապրանքների իրացումը բնեղեն և արժեքային արժահայտությամբ

Ապրանք	Իրացումը բազիսային ժամանակաշրջանում, հազ. դրամ $q_0 p_0$	Ֆիզիկական ծավալի փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատությամբ, տոկոսով, $i_q \cdot 100 - 100$	Հաշվարկային սյունակներ	
			i_q	$i_q \cdot q_0 p_0$
Մանդարին	46000	-6.4	0.936	43056
Գրեյֆֆրուտ	27000	-8.2	0.918	24786
Նարինջ	51000	+1.3	1.013	51663
Σ	124000	-	-	119505

Միջին թվաբանականի բանաձևով կարելի է հաշվարկել նաև աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը (ըստ աշխատատարության), որը հայտնի է որպես *Ս.Գ. Ստրուտինի ինդեքս*.

$$I_w = \frac{\sum i_w T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left(\frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1} \right) \cdot T_1}{\sum T_1}$$

Ինդեքսների համակարգեր: Ինդեքսները կարող են օգտագործվել սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկան վերլուծելու նպատակով մի շարք հաջորդական ժամանակաշրջանների կտրվածքով: Այդ դեպքում համադրելիությունն ապահովելու համար դրանք հարկավոր է հաշվարկել միևնույն սխեմայով: Մի քանի ժամանակաշրջանների կտրվածքով ինդեքսների հաշվարկման այդպիսի սխեման կոչվում է *ինդեքսների համակարգ*: Ինդեքսային համակարգը՝ կախված տեղեկատվական բազայից և հետազոտության նպատակներից, կարող է կառուցվել չորս տարբերակով: Դիտենք ինդեքսների համակարգը գների ընդհանուր ինդեքսի օրինակով, որը հաշվարկվում է ո ժամանակահատվածների համար.

Ա. Գների շղթայական ինդեքսները փոփոխում կշիռներով.

$$I_{p\%} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, I_{p\%1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}, I_{p\%2} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}, \dots, I_{p\%n-1} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n}$$

Բ. Գների շղթայական ինդեքսները հաստատուն կշիռներով (q_0).

$$I_{p\%} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, I_{p\%1} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_1 q_0}, I_{p\%2} = \frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_2 q_0}, \dots, I_{p\%n-1} = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_{n-1} q_0}$$

Տվյալ համակարգի վերջին ինդեքսն է հանդիսանում *գների կայուն կազմով ինդեքսը*, որը հաշվի չի առնում կառուցվածքի փոփոխությունը.

$$I_{p(4,4)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_1} :$$

Տվյալ ինդեքսների միջև գոյություն ունի հետևյալ փոխկապվածությունը.

$$I_{p(\Phi,4)} = I_{p(4,4)} \cdot I_{d(4,un)} :$$

այսինքն՝ փոփոխում կազմով ինդեքսը հավասար է կայուն կազմով և կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսների արտադրյալին:

Օրինակ: Ատտաբել երկու մարզերում «Ա» ապրանքի իրացման գների փոփոխության վերլուծություն:

Աղյուսակ 8.6

«Ա» ապրանքի իրացումը երկու մարզերում

Մարզ	Հունիս		Հուլիս		Հաշվարկային սյունակներ, հազ. դրամ		
	գինը, հազ. դրամ p_0	վաճառվել է, հատ q_0	գինը, հազ. դրամ p_1	վաճառվել է, հատ q_1	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_0 d_1$
1	12	100	13	180	1200	2340	2160
2	17	200	19	90	3400	1710	1530
Σ	-	300	-	270	4600	4050	3690

Որոշել.

1. q -ն փոփոխությունը յուրաքանչյուր մարզում:
2. Միջին q -ն փոփոխությունը (երկու մարզը միասին վերցրած)՝ բացահայտելով յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցության չափը դրա փոփոխության մեջ:

3. Ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելաճը ի հաշիվ՝

ա) «Ա» ապրանքի q -ն միջին փոփոխության,

բ) ապրանքի իրացման կառուցվածքի փոփոխության,

գ) իրացված ապրանքի ընդհանուր քանակի փոփոխության,

4. ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելաճը ի հաշիվ՝

ա) «Ա» ապրանքի միջին q -ն փոփոխության,

բ) իրացված ապրանքի ընդհանուր քանակի փոփոխության:

Լուծում.

1. Յուրաքանչյուր մարզում «Ա» ապրանքի q -ն փոփոխությունը որոշվում է q -ն անհատական ինդեքսի օգնությամբ:

Առաջին մարզում այն հավասար է՝

$$i_p^1 = \frac{p_1}{p_0} = \frac{13}{12} = 1.083 \text{ կամ } 108.3\%,$$

գ. *գների բազիսային ինդեքսները փոփոխում կշիռներով.*

$$I_{p\%} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, I_{p2\%} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}, I_{p3\%} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3}, \dots, I_{pn\%} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} :$$

դ. *գների բազիսային ինդեքսները հաստատում կշիռներով (q_0).*

$$I_{p\%} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, I_{p2\%} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0}, I_{p3\%} = \frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_0 q_0}, \dots, I_{pn\%} = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} :$$

Հաստատում կշիռներով ինդեքսների համակարգը կառուցելու ժամանակ տվյալ դեպքում օգտագործվել է Լասպեյրեսի մոտեցումը:

Հաստատում և փոփոխում կազմով ինդեքսներ: Վերոնշյալ բոլոր դիտարկված ինդեքսները հաշվարկվում են միևնույն տեղում վաճառված կամ մեկ ձեռնարկությունում թողարկված մի քանի արտադրատեսակների կտրվածքով: Այժմ դիտենք այն դեպքը, երբ միևնույն ապրանքն իրացվում է մի քանի տեղերում, կամ միատեսակ արտադրանքը թողարկվում է մի քանի ձեռնարկություններում:

Եթե իրացվում է միայն միատեսակ արտադրանք, ապա լիովին օրինաչափ է հաշվարկել դրա իրացման միջին գինը առանձին ժամանակահատվածներում:

Փոփոխում կազմով ինդեքսն իրենից ներկայացնում է ստացված երկու միջին արժեքների հարաբերությունը.

$$I_{p(\Phi,4)} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0} ,$$

որտեղ՝ $\bar{p}_1$ և $\bar{p}_0$ -ն ապրանքի իրացման միջին գինն է՝ համապատասխանաբար հաշվետու և բազիսային ժամանակաշրջաններում,

d_1 և d_0 -ն ձեռնարկության կամ մարզի տեսակարար կշիռը արտադրանքի թողարկման կամ իրացման ընդհանուր ծավալում՝ համապատասխանաբար հաշվետու և բազիսային ժամանակաշրջաններում:

Տվյալ ինդեքսը բնութագրում է ոչ միայն վաճառքի տեղերում անհատական q -ների փոփոխությունը, այլ նաև մեծածախ կամ մանրածախ առևտրի ձեռնարկություններում իրացման կառուցվածքի փոփոխությունը: Վերջին գործոնի ազդեցությունը գնահատելու նպատակով հաշվարկվում է *կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսը*.

$$I_{d(4,un)} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 d_1}{\sum p_0 d_0} :$$

այսինքն՝ ապրանքի գինն աճել է 8.3%-ով:
Երկրորդ մարզում կազմել է՝

$$i_p^2 = \frac{p_1^2}{p_0^2} = \frac{19}{17} = 1.117 \text{ կամ } 111.7\%,$$

այսինքն՝ ապրանքի գինը աճել է 11.7%-ով:

2. Միջին գնի փոփոխությունը որոշվում է փոփոխուն կազմով ինդեքսի օգնությամբ.

$$I_{\overline{p}(\Phi, \text{կ.})} = \frac{\overline{p}_1}{\overline{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{4050}{270} : \frac{4600}{300} = 15.00 : 15.33 = 0.978$$

կամ 97.8%, այսինքն միջին գինը նվազել է 2.2%-ով:

Փոփոխուն կազմով ինդեքսը կարելի է հաշվարկել նաև ելնելով իրացման տեսակարար կշիռներից: Նախ և առաջ որոշենք առանձին մարզերի տեսակարար կշիռները «Ա» ապրանքի իրացման ընդհանուր ծավալում:

Այսպես, առաջին մարզի տեսակարար կշիռը հունիսին կազմել է՝

$$d_0^1 = \frac{q_0^1}{\sum q_0^1} = \frac{10}{10+20} = \frac{10}{30} = 0.33,$$

իսկ հուլիսին՝

$$d_1^1 = \frac{q_1^1}{\sum q_1^1} = \frac{18}{18+9} = \frac{18}{27} = 0.67:$$

Երկրորդ մարզի տեսակարար կշիռը հունիսին հավասար է՝

$$d_0^2 = \frac{q_0^2}{\sum q_0^2} = \frac{20}{10+20} = \frac{20}{30} = 0.67,$$

իսկ հուլիսին՝

$$d_1^2 = \frac{q_1^2}{\sum q_1^2} = \frac{9}{18+9} = \frac{9}{27} = 0.33:$$

$$I_{\overline{p}(\Phi, \text{կ.})} = \frac{\overline{p}_1}{\overline{p}_0} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0} = \frac{13 \cdot 0.67 + 19 \cdot 0.33}{12 \cdot 0.33 + 17 \cdot 0.67} = 15.00 : 15.33 = 0.978:$$

Չնայած այն բանին, որ յուրաքանչյուր մարզում «Ա» ապրանքի իրացման գները հուլիս ամսին հունիսի համեմատությամբ աճել են, հակառակ դրան իրացման միջին գինը նվազել է 2.2%-ով, ինչը բացարձակ արտահայտությամբ հավասար է 0.33 հազ. դրամի.

$$\Delta \overline{p} = \overline{p}_1 - \overline{p}_0 = \sum p_1 d_1 - \sum p_0 d_0 = 15.00 - 15.33 = -0.33 \text{ հազ. դրամ:}$$

Այդպիսի անհամապատասխանությունը բացատրվում է մարզերում ապրանքների իրացման կառուցվածքի փոփոխության ազդեցությամբ, այսինքն՝ հունիսին ավելի բարձր գնով վաճառվել է երկու անգամ ավելի ապրանքներ, իսկ հուլիսին իրավիճակն սկզբունքորեն փոխվել է: Հաշվարկենք կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսը.

$$I_{d(\text{կ.տ.})} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{3690}{270} : \frac{4600}{300} = 13.66 : 15.33 = 0.891,$$

կամ 89.1%, այսինքն ի հաշիվ իրացման կառուցվածքի փոփոխության, ապրանքի միջին գինը, երկու մարզերում միասին վերցրած, նվազել է 10.9%-ով, ինչը բացարձակ արտահայտությամբ կազմում է 1.67 հազ. դրամ.

$$\Delta \overline{p}_{(d)} = \sum p_0 d_1 - \sum p_0 d_0 = 13.66 - 15.33 = -1.67 \text{ հազ. դրամ:}$$

Վերջապես որոշենք առանձին մարզերում ապրանքի գների փոփոխության ազդեցության չափը միջին գնի փոփոխությունում օգտագործելով գների կայուն կազմով ինդեքսը.

$$I_{p(\text{կ.կ.})} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{4050}{270} : \frac{3690}{270} = 15.00 : 13.66 = 1.098$$

կամ 109.8%, այսինքն՝ գների փոփոխության հաշվին միջին գինը աճել է 9.8%-ով, ինչը բացարձակ արտահայտությամբ կազմում է 1.34 հազ. դրամ.

$$\Delta \overline{p}_{(p)} = \sum p_1 d_1 - \sum p_0 d_1 = 15.00 - 13.66 = 1.34 \text{ հազ. դրամ:}$$

Հետևաբար, «Ա» ապրանքի իրացման միջին գնի բացարձակ փոփոխությունը կազմել է՝

$$\Delta \overline{p} = \Delta \overline{p}_{(p)} + \Delta \overline{p}_{(d)} = 1.34 + (-1.67) = -0.33 \text{ հազ. դրամ:}$$

Միջին գնի փոփոխության վրա ավելի ուժեղ է ազդել կառուցվածքային տեղաշարժերի գործոնը, որն արտահայտվում է հետևյալ փոխկապվածության միջոցով.

$$I_{\overline{p}(\Phi, \text{կ.})} = I_{p(\text{կ.կ.})} \cdot I_{d(\text{կ.տ.})} = 1.098 \cdot 0.891 = 0.978:$$

3. Ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելաճը հավասար է՝
ա) ի հաշիվ ապրանքի գնի միջին փոփոխության՝

$$\Delta p_{(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 5050 - 3690 = 1360 \text{ հազ. դրամ,}$$

բ) ի հաշիվ իրացման կառուցվածքի փոփոխության՝

$$\Delta p_{(d)} = \sum p_0 q_1 - \overline{p}_0 \cdot \sum q_1 = 3690 - 15.33 \times 270 = 3690 - 4140 = -450,$$

գ) ի հաշիվ ապրանքի ընդհանուր քանակի փոփոխության՝

$$\Delta p q_{(\Sigma q)} = (\Sigma q_1 - \Sigma q_0) \cdot \bar{p}_0 = (270 - 300) \cdot 15.33 = -460 \text{ հազ. դրամ:}$$

Այստեղից էլ ապրանքաշրջանառության ընդհանուր հավելածը հավասար է՝

$$\Delta p q = 360 + (-450) + (-460) = -550 \text{ հազ. դրամ:}$$

4. Ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելածն ի հաշիվ ա) ապրանքի միջին գնի փոփոխության՝

$$\Delta p q_{(\bar{p})} = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0) \cdot \Sigma q_1 = (15.00 - 15.33) \cdot 270 = -90 \text{ հազ. դրամ,}$$

Միջին գնի փոփոխության ազդեցությունն ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելածի վրա պայմանավորված է երկու գործոնի գոյությամբ. ապրանքի գնի միջին փոփոխության (360 հազ. դրամ) և ապրանքի իրացման կառուցվածքի փոփոխության (-450 հազ. դրամ):

բ) ի հաշիվ ապրանքի ընդհանուր քանակի փոփոխության՝

$$\Delta p q_{(\Sigma q)} = (\Sigma q_1 - \Sigma q_0) \cdot \bar{p}_0 = (270 - 300) \cdot 15.33 = -460 \text{ հազ. դրամ:}$$

Ապրանքաշրջանառության ընդհանուր հավելածը հավասար է վերոնշյալ երկու գործոններով պայմանավորված հավելածերի գումարին.

$$\Delta p q = \Delta p q_{(\bar{p})} + \Delta p q_{(\Sigma q)} = (-90) + (-460) = -550 \text{ հազ. դրամ:}$$

Ինքնարժեքի, բերքատվության, աշխատանքի արտադրողականության և այլնի փոփոխությունը վերլուծելու նպատակով կառուցվածքային տեղաշարժերի, փոփոխուն և կայուն կազմով ինդեքսները կառուցվում են համանմանորեն:

Տեղիտորիալ ինդեքսներ: Տեղիտորիալ ինդեքսները ծառայում են տարածության մեջ (այսինքն՝ ըստ ձեռնարկությունների, քաղաքների, շրջանների և այլն) ցուցանիշներ համեմատելու համար:

Տեղիտորիալ ինդեքսների կառուցումը որոշվում է համեմատման բազայի և կշիռների կամ մակարդակի ընտրությամբ: Երկկողմանի համեմատությունների ժամանակ յուրաքանչյուր տարածք կարող է լինել ինչպես համեմատվող (ինդեքսի համարիչ), այնպես էլ համեմատման բազա (հայտարար): Առաջին և երկրորդ տարածքի կշիռները սկզբունքորեն նույնպես ունեն հավասար հիմքեր ինդեքսի հաշվարկման ժամանակ ընտրվելու համար: Սակայն դա կարող է հանգեցնել տարբեր կամ նույնիսկ հակասական արդյունքների: Խուսափել այդպիսի անորոշությունից կարելի է մի քանի եղանակներով: Դրանցից մեկը կայանում է նրանում, որ որպես կշիռներ ընդունվում են վաճառված ապրանքների ծավալները երկու տարածքում միասին վերցրած.

$$Q = q_A + q_B:$$

Գնի տեղիտորիալ ինդեքսը տվյալ դեպքում հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$I_{pB/A} = \frac{\Sigma p_B Q}{\Sigma p_A Q}:$$

Օրինակ: Հայտնի են հետևյալ տվյալներն ապրանքների իրացման ծավալի և գների վերաբերյալ ըստ երկու մարզերի.

Աղյուսակ 8.7

Ապրանք	A մարզ		B մարզ		Հաշվարկային սյունակներ		
	գինը, դրամ p_A	վաճառվել է, տ q_A	գինը, դրամ p_B	վաճառվել է, տ q_B	$Q = q_A + q_B$	$p_A Q$	$p_B Q$
1	110	30	120	35	65	7150	7800
2	85	45	90	50	95	8075	8550
3	170	15	160	90	105	17850	16800
Σ	-	-	-	-	-	33075	33150

Հաշվարկել գնի տեղիտորիալ ինդեքսը:

Լուծում.

$$I_{pB/A} = \frac{\Sigma p_B Q}{\Sigma p_A Q} = \frac{33150}{33075} = 1.002 \text{ կամ } 100.2\%,$$

այսինքն՝ գները B մարզում գերազանցում են A մարզի գներին 0.2%-ով:

Տեղիտորիալ ինդեքսի տվյալ բանաձևում երբևէ գումարային կշռի փոխարեն օգտագործվում են ստանդարտացված կշիռներ (ստանդարտ կառուցվածք): Որպես այդպիսի կշիռներ կարող է հանդես գալ արտադրանքի տվյալ տեսակների վաճառքի կառուցվածքն ըստ ավելի մեծ տարածքային միավորման, օրինակ՝ հանրապետության.

$$I_{pB/A} = \frac{\Sigma p_B q_{\text{հանր.}}}{\Sigma p_A q_{\text{հանր.}}}:$$

Հաշվարկման երկրորդ եղանակը հաշվի է առնում համեմատվող տարածքների կշիռների հարաբերությունը: Այդ դեպքում առաջին քայլը կայանում է, երկու տարածքները միասին վերցրած, յուրաքանչյուր ապրանքի միջին գնի հաշվարկման մեջ.

$$\bar{p}_i = \frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma q_i}:$$

Դրանից հետո հաշվարկվում է տեղիտորիալ ինդեքսը.

$$I_{pB/A} = \frac{\Sigma p_B \bar{q}_B}{\Sigma \bar{p} \cdot q_B} \cdot \frac{\Sigma p_A \bar{q}_A}{\Sigma \bar{p} \cdot q_A}:$$

Մեր խնդրի տվյալներով ստանում ենք.

$$\bar{p}_1 = \frac{110 \cdot 30 + 120 \cdot 35}{65} = 115.4 \text{ դրամ,}$$

$$\bar{p}_2 = \frac{85 \cdot 45 + 90 \cdot 50}{95} = 87.6 \text{ դրամ,}$$

$$\bar{p}_3 = \frac{170 \cdot 15 + 160 \cdot 90}{105} = 161.4 \text{ դրամ:}$$

Հաշվարկենք ինդեքսը՝ հաշվի առնելով գնի հաշվարկված միջինները.

$$I_{p/A} = \frac{120 \cdot 35 + 90 \cdot 50 + 160 \cdot 90}{115.4 \cdot 35 + 87.6 \cdot 50 + 161.4 \cdot 90} \cdot \frac{110 \cdot 30 + 85 \cdot 45 + 170 \cdot 15}{115.4 \cdot 30 + 87.6 \cdot 45 + 161.4 \cdot 15} = 1.022 \text{ կամ } 102.2\%:$$

Տերիտորիալ ինդեքսի հաշվարկման տվյալ մոտեցումն ապահովում է հայտնի փոխկապվածությունը.

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}:$$

Իրացման ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը տվյալ դեպքում կառուցվում է հետևյալ կերպ.

$$I_{q/A} = \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}}:$$

8.2. ԽՆԴՀԻՐՆԵՐ և ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

8.1. Ռուսաստանում ածխի արտադրության ծավալների և դրա գների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Տարեթիվ	Ածխի 1 տ գինը, ռուբ.	Արտադրվել է, մլն. տ
1999	124	250
2000	170	258
2001	212	270

Յուրաքանչյուր տարում ածխի 100%-ոց իրացման պայմանով որոշել գների, իրացման ֆիզիկական ծավալի և ապրանքաշրջանառության շղթայական և բազիսային անհատական ինդեքսները: Ստուգել շղթայական և բազիսային ինդեքսների փոխկապվածությունը:

8.2. Քաղաքում պարենային ապրանքների գների աճը 2001թ. I-ին կիսամյակում բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ամիս	Հունվար	Փետրվար	Մարտ	Ապրիլ	Մայիս	Հունիս
Գինը՝ տոկոսով նախորդ ամսվա նկատմամբ	103.1	102.3	101.8	102.0	102.3	101.9

Որոշել դիտարկվող ամբողջ ժամանակաշրջանում գների ընդհանուր փոփոխությունը:

8.3. Բենզինի մեծածախ միջին գների (տարեվերջի դրությամբ) վերաբերյալ աղյուսակի տվյալներով որոշել բացակայող ցուցանիշները.

Տարեթիվ	Բենզինի 1 տ գինը, հազ. դրամ	Գնի անհատական ինդեքսներ	
		շղթայական	բազիսային
1999	240	-	100
2000		80.0	96.0
2001			

8.4. Քաղաքի շուկայում մսամթերքի իրացման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Մթերքների տեսակները	Սեպտեմբեր		Հոկտեմբեր	
	մեկ կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ	մեկ կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ
Տավարի միս	1400	30	1500	28
Խոզի միս	1600	15	1700	13
Ոչխարի միս	1300	8	1300	10

Որոշել.

1. գնի, իրացման ֆիզիկական ծավալի և ապրանքաշրջանառության ընդհանուր ինդեքսները:

2. Ապրանքաշրջանառության ընդհանուր հավելածը բացարձակ և հարաբերական արտահայտությամբ, այդ թվում ի հաշիվ՝

ա) ֆիզիկական ծավալի փոփոխության,

բ) գների փոփոխության:

8.5. Մարզի մանրածախ առևտրի ձեռնարկություններում մրգերի իրացման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Մրգերի տեսակները	Մեկ կգ գինը, դրամ		Ապրանքաշրջանառությունը, հազ. դրամ	
	հուլիս	օգոստոս	հուլիս	օգոստոս
Խնձոր	300	200	1435	1671
Տանձ	400	350	389	450

Հաշվարկել ընդհանուր ինդեքսները.

ա) ապրանքաշրջանառության,

բ) գնի,

զ) իրացման ֆիզիկական ծավալի:

Որոշել գնորդների տնտեսման բացարձակ մեծությունը՝ ի հաշիվ գնե-
րի նվազման:

8.6. Որոշել քաղաքի մանրածախ առևտրի ձեռնարկություններում սպառողական ապրանքների իրացման ֆիզիկական ծավալի փոփո-
խությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատու-
թյամբ, եթե ապրանքաշրջանառությունն ավելացել է 42.3%-ով, իսկ
գները՝ 13.7%-ով:

8.7. Քաղաքի շուկաներում բանջարեղենի իրացման ծավալը բնեղեն
արտահայտությամբ հոկտեմբերին սեպտեմբերի համեմատությամբ աճել
է 18.6%-ով: Ընդ որում բանջարեղենի գների ինդեքսն այդ նույն
ժամանակաշրջանում կազմել է 92.4%: Որոշել ապրանքաշրջանառության
փոփոխությունը:

8.8. Արդյունաբերական ձեռնարկությունում թողարկված արտա-
դրանքի ծավալը և ինքնարժեքը բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով.

Արտա- դրանքի տեսակ- ները	2002		2003	
	միավոր արտա- դրանքի ինքն- արժեքը, դրամ	արտադր- վել է, հազ. հատ	միավոր արտա- դրանքի ինքն- արժեքը, դրամ	արտադր- վել է, հազ. հատ
Ա	2200	63.4	2470	52.7
Բ	1830	41.0	2150	38.8
Գ	670	89.2	700	91.0

Որոշել.

1. Ինքնարժեքի անհատական և ընդհանուր ինդեքսները,
2. Արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսը,
3. Արտադրության ծախսումների ընդհանուր ինդեքսը:
Ցույց տալ ընդհանուր ինդեքսների փոխկապվածությունը:
4. Ձեռնարկության արտադրական ծախսումների հավելածը բացար-
ձակ և հարաբերական արտահայտությամբ ընդհամենը, այդ թվում ի
հաշիվ՝

ա) ինքնարժեքի միջին փոփոխության,

բ) արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի փոփոխության:

8.9. Առևտրի ֆիրմայի գործունեությունը 2003թ. ըստ երկու ամիսների
բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ապրանքային խմբերը	Ապրանքաշրջանառությունը, հազ. դրամ	
	մարտ	ապրիլ
Կակաո	54	57
Սուրճ լուծվող	165	173
Սուրճ աղացած Թեյ	97	105
	80	84

Որոշել իրացման ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր փոփոխությունը՝
հաշվի առնելով այն, որ ֆիրման ապրիլին բոլոր գները բարձրացրել է
3%-ով:

8.10. Քաղաքի շուկայում կաթնամթերքի իրացման վերաբերյալ
հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Սթերքի տեսակները	Ապրանքաշրջանառությունը, հազ. դրամ		Գնի փոփոխությունը դեկտեմբերին՝ նույնբե- րի համեմատությամբ, տոկոսով
	նոյեմբեր	դեկտեմբեր	
Կաթ	97	63	+2.1
Թթվասեր	45	40	+3.5
Կաթնաշոռ	129	115	+4.2

Հաշվարկել գնի, ֆիզիկական ծավալի և ապրանքաշրջանառության
ընդհանուր ինդեքսները:

8.11. Քաղաքի մանրածախ ապրանքաշրջանառությունը 2001թ.
բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Ապրանքներ	Տեսակարար կշիռը ապրանքա- շրջանառության ընդհանուր ծավալի մեջ, տոկոսով	Գների ինդեքս
Պարենային	46	117.1
Ոչ պարենային	54	112.7

Որոշել սպառողական ապրանքների գների ընդհանուր ինդեքսը:

8.12. Արդյունաբերական ձեռնարկությունում արտադրանքի ինքնար-
ժեքի և արտադրության ծախսումների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ
տվյալները.

Արտադրանք	Արտադրության ընդ- հանուր ծախսումները 2003թ., մլն. դրամ	Արտադրանքի ինքնարժե- քի փոփոխությունը 2003 թ-ին 2002 թ-ի համեմա- տությամբ, տոկոսով
Ա	1234	+6.0
Բ	5877	+8.4
Գ	980	+1.6

Որոշել արտադրանքի ինքնարժեքի ընդհանուր փոփոխությունը 2003
թվականին՝ 2002 թվականի համեմատությամբ և դրանով պայմանա-
վորված ձեռնարկության տնտեսման կամ լրացուցիչ ծախսերի չափը:

8.13. Արդյունաբերական ձեռնարկությունում արտադրության ծախ-
սումների և դրանց փոփոխության վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ
տվյալները.

Արտադրանքի տեսակը	Արտադրության ընդհանուր ծախսումները մախորդ տարում, մլն. դրամ	Արտադրության ծավալի փոփոխությունը բնեղեն արտահայտությամբ, տոկոսով
Ա	2427	+6.5
Բ	985	+4.5
Գ	1365	-2.0
Դ	771	-11.0

Որոշել թողարկված արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսը:

8.14. Առևտրի ձեռնարկությունում լվացքի մեքենաների իրացման վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Լվացքի մեքենայի մակնիշը	Գինը հունվարին, հազ. դրամ	Գինը փետրվարին, հազ. դրամ	Ապրանքաշրջանառությունը փետրվարին, մլն. դրամ
Ինդեզիտ	128	132	369.6
Բոշ	160	163	244.5
Էլբիկա	40	40	28.0

Որոշել. ա) առևտրի ձեռնարկության տվյալ ապրանքային խմբի գների միջին աճը, բ) գնորդների գերաժախսը՝ ի հաշիվ գների բարձրացման:

8.15. Հետևյալ տվյալների հիման վրա որոշել ձեռնարկության կողմից թողարկվող միավոր արտադրանքի ինքնարժեքի միջին փոփոխությունը.

Արտադրանքի տեսակը	Արտադրվել է հաշվետու ժամանակաշրջանում, հազ. հատ	Ինքնարժեքի փոփոխությունը հաշվետու ժամանակաշրջանում՝ բազիսայինի համեմատությամբ	
		դրամ	տոկոս
Ա	183.3	+3.4	+8.5
Բ	27.9	+525	+7.5
Գ	16.4	-680	-4.0

8.16. Նավթագազային համալիրի արտադրած վառելիքի վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Վառելիք	1999	2000	2001
Նավթ, մլն. տ	295	313	337
Գազ, մլրդ. մ ³	592	584	581

Կատարել աղյուսակում բերված տվյալների վերլուծություն՝ հաշվարկելով արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի շղթայական և բազիսային ընդհանուր ինդեքսները, եթե հայտնի է, որ 1999թ. մեկ տ նավթի միջին մեծածախ գինը կազմել է 1000 պայմանական միավոր, իսկ մեկ մ³ գազի գինը 58 միավոր:

8.17. Քաղաքում սպառողական ապրանքների ու ծառայությունների գները հունվարին՝ նախորդ ամսվա նկատմամբ աճել են 3.4%-ով, իսկ փետրվարին՝ հունվարի համեմատությամբ՝ 4.5%-ով: Ինչպե՞ս են փոխվել գները մարտ ամսին փետրվարի համեմատությամբ, եթե՝ ա) գների ընդհանուր աճը տվյալ տարվա առաջին կիսամյակում կազմել է 110.7%, բ) բոլոր ինդեքսների հաշվարկման ժամանակ օգտագործվել են նախորդ տարվա դեկտեմբերի կշիռները:

8.18. Քաղաքի երեք շուկաներում կարտոֆիլի վաճառքի վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Շուկա	Հունվար		Փետրվար	
	մեկ կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ	մեկ կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ
1	120	24.5	140	21.9
2	110	18.7	120	18.8
3	100	32.0	100	37.4

Որոշել.

1. Գնի փոփոխում կազմով ինդեքսը,
2. գնի կայուն կազմով ինդեքսը,
3. կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսը:
4. Ապրանքաշրջանառության բացարձակ հավելածը ի հաշիվ՝
ա) կարտոֆիլի գնի միջին փոփոխության,
բ) կարտոֆիլի իրացման կառուցվածքի փոփոխության,
գ) վաճառված կարտոֆիլի ընդհանուր քանակի փոփոխության:

8.19. Որոշել քաղաքի մեծածախ շուկաներում վաճառվող Ա ապրանքի միջին գնի փոփոխությունը, եթե կայուն կազմով ինդեքսը հավասար է 108.4%, իսկ վաճառվող ապրանքի կառուցվածքային տեղաշարժերի ազդեցությունը միջին գնի փոփոխության մեջ կազմել է -0.7%:

8.20. Շինարարական երկու կոմբինատի արտադրական գործունեությունը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Կոմբինատ	Կառուցվել է բնակմակերես, հազ. մ ²		Մեկ մ ² ինքնարժեքը, հազ. պայմ. միավոր	
	2002	2003	2002	2003
1	53	68	6.4	7.2
2	179	127	6.0	6.5

Հաշվարկել.

1. Ինքնարժեքի փոփոխում կազմով, կայուն կազմով և կառուցվածքային տեղաշարժերի ինդեքսները:
2. Արտադրության ծախսումների բացարձակ հավելածն ի հաշիվ՝
ա) մեկ մ² բնակմակերեսի միջին ինքնարժեքի փոփոխության,
բ) կառուցված ընդհանուր բնակմակերեսի փոփոխության:

Բացատրել հաշվարկների արդյունքները:

8.21. Ձեռնարկության արտադրանքի աշխատատարության և դրա արտադրության ծավալների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Արտադրանքի տեսակը	Արտադրվել է, հազ. հատ		Միավոր արտադրանքի վրա կատարված ծախսումները, մարդ-ժամ	
	2002	2003	2002	2003
Ա	275	291	7.5	7.2
Բ	163	174	11.9	11.5

Հաշվարկել.

- ա) աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը,
- բ) արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը,
- գ) աշխատանքի ծախսումների ինդեքսը:

8.22. Ինչպես կփոխվի ձեռնարկությունում աշխատանքի արտադրողականությունը, եթե թողարկվող արտադրանքի նույն ծավալի դեպքում աշխատանքի ընդհանուր ծախսումները նվազեն 10%-ով:

8.23. Արդյունաբերական ձեռնարկության համար երկու տարվա կտրվածքով հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Արտադրանքի տեսակը	Արտադրվել է, հազ. հատ		Բանվորների միջին ցուցակային թիվը, մարդ		Մեծածախ գինը 2002թ., հազ. դրամ
	2002	2003	2002	2003	
1	18.5	19.3	46	51	7.5
2	24.2	23.9	43	45	5.4

Որոշել.

- ա) արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ինդեքսը,
- բ) աշխատանքի արտադրողականության ինդեքսը,
- գ) աշխատանքի ծախսումների ինդեքսը:

8.24. Կահույքի ձեռնարկությունում աշխատանքի արտադրողականության և աշխատանքի ծախսումների վերաբերյալ հայտնի են հետևյալ տվյալները.

Կահույքի տեսակը	Ժամանակի ընդհանուր ծախսումներ, հազ. մարդ-ժամ		Աշխատանքի արտադրողականության անհատական ինդեքսներ
	Մայիս	Հունիս	
Փափուկ	6.4	6.3	1.02
Կոշտ	3.2	3.2	1.01
Խոհանոցային	4.8	4.5	1.04

Հաշվարկել աշխատանքի արտադրողականության և արտադրանքի ֆիզիկական ծավալի ընդհանուր ինդեքսները:

8.25. Ինչպե՞ս են փոխվել ձեռնարկությունում աշխատանքի ընդհանուր ծախսումները, եթե արտադրանքի արժեքը համադրելի գներով աճել է 13.4%-ով, իսկ աշխատանքի արտադրողականությունը (ըստ թողարկման հաշվարկի)՝ 3.4%-ով:

8.26. Ձեռնարկությունում աշխատանքի արտադրողականությունը (ըստ աշխատատարության հաշվարկի) հաշվետու ժամանակաշրջանում բազիսայինի համեմատությամբ աճել է 2.5%-ով, ընդ որում բանվորների թիվն ավելացել է 18 մարդով և կազմել 236 մարդ: Ինչպե՞ս է փոխվել արտադրանքի ֆիզիկական ծավալը:

8.27. Երկու քաղաքներում կաթնամթերքների գների շուկայական մակարդակը և դրանց իրացման ծավալները բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով.

Մթերք	Ա քաղաք		Բ քաղաք	
	մեկ կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ	մեկ կգ-ի գինը, դրամ	վաճառվել է, տ
Կաթ	150	76	150	68
Կարագ	700	45	760	39
Կաթնաշոռ	500	60	550	55
Պանիր	900	32	840	41

Հաշվարկել գների տերիտորիալ ինդեքսը երկու եղանակով (Ա քաղաքը Բ քաղաքի նկատմամբ):

8.28. Ճյուղի երկու ձեռնարկություններում համեմատելի արտադրանքի ինքնարժեքը և դրա արտադրության ծավալները բնութագրվում են հետևյալ տվյալներով.

Արտադրանքի տեսակը	Ա ձեռնարկություն		Բ ձեռնարկություն	
	ինքնարժեք, դրամ	արտադրվել է, հատ	ինքնարժեք, դրամ	արտադրվել է, հատ
1	375	1018	384	624
2	120	965	120	980
3	415	383	418	1540

Որոշելով արտադրության գումարային ծավալները, հաշվարկել Ա ձեռնարկության Բ-ի համեմատությամբ, արտադրանքի ինքնարժեքի ինդեքսը:

Հավելված 1

Պատահական քվերի աղյուսակ

5489	5583	3156	0835	1988	3912	0938	7460	0869	4420
3522	0935	7877	5665	7020	9555	7379	7124	7878	5544
7555	7579	2550	2487	9477	0864	2349	1012	8250	2633
5759	3554	5080	9074	7001	6249	3224	6868	9102	2672
6303	6895	3371	3196	7231	2918	7380	0438	7547	2644
7351	5634	5323	2623	7803	8374	2191	0464	0696	9529
7068	7803	8832	5119	6350	0120	5026	3686	5657	0304
3613	1428	1796	8447	0503	5654	3254	7336	9536	1944
5143	4534	2105	0368	7890	2473	4240	8652	9435	1422
9815	5144	7649	8638	6137	8070	5345	4865	2456	5708
5780	1277	6316	1013	2867	9938	3930	3203	5696	1769
1187	0951	5991	5245	5700	5564	7352	0891	6249	6568
4184	2179	4554	9083	2254	2435	2965	5154	1209	7069
2916	2972	9885	0275	0144	8034	8122	3213	7666	0230
5524	1341	9860	6565	6981	9842	0171	2284	2707	3008
0146	5291	2354	5694	0377	5336	6460	9585	3415	2358
4920	2826	5238	5402	7937	1993	4332	2327	6875	5230
7978	1947	6380	3425	7267	7285	1130	7722	0164	8573
7453	0653	3645	7497	5969	8682	4191	2976	0361	9334
1473	6938	4899	5348	1641	3652	0852	5296	4538	4456
8162	8797	8000	4707	1880	9660	8446	1883	9768	0881
5645	4219	0807	3301	4279	4168	4305	9937	3120	5647
2042	1192	1175	8851	6432	4635	5757	6656	1660	5389
5470	7702	6958	9080	5925	8519	0127	9233	2452	7341
4504	1730	6005	1704	0345	3275	4738	4862	2556	8333

5880	1257	6163	4439	7276	6353	6912	0731	9033	5294
9083	4260	5277	4998	4298	5204	3965	4028	8936	5148
1762	8713	1189	1090	8989	7273	3213	1935	9321	4820
2023	2589	1740	0424	8924	0005	1969	1636	7237	1227
7965	3855	4765	0703	1678	0841	7543	0308	9732	1289
7690	0480	8098	9629	4819	7219	7241	5128	3853	1921
9292	0426	9573	4903	5916	6576	8368	3270	6641	0033
0867	1651	7016	4220	2533	6345	8227	1904	5138	2537
0505	2127	8255	5276	2233	3956	4118	8199	6380	6340
6295	9795	1112	5761	2575	6837	3336	9322	7403	8345
6323	2615	3410	3365	1117	2417	3176	2434	5240	5455
8672	8536	2966	5773	5412	8114	0930	4697	6919	4569
1422	5507	7596	0670	3013	1351	3886	3268	9469	2584
2653	1472	5113	5735	1469	9545	9331	5303	9914	6394
0438	4376	3328	8649	8327	0110	4549	7955	5275	2890
2851	2157	0047	7085	1129	0460	6821	8323	2572	8962
7962	2753	3077	8718	7418	8004	1425	3706	8822	1494
3837	4098	0220	1217	4732	0150	1637	1097	1040	7372
8542	4126	9274	2251	0607	4301	8730	7690	6235	3477
0139	0765	8039	9484	2577	7859	1976	0623	1418	6685
6687	1943	4307	0579	8171	8224	8641	7034	3595	3875
6242	5582	5872	3197	4919	2792	5991	4058	9769	1918
6859	9606	0522	4993	0345	8958	1289	8825	6941	7685
6590	1932	6043	3623	1973	4112	1795	8465	2110	8045
3482	0478	0221	6738	7323	5643	4767	0106	2272	9862

Հավելված 2

$e^{-\lambda}$ արժեքների աղյուսակ

λ	$e^{-\lambda}$	λ	$e^{-\lambda}$	λ	$e^{-\lambda}$	λ	$e^{-\lambda}$
1	2	1	2	1	2	1	2
0.00	1.0000	0.30	0.7408	0.60	0.5488	0.90	0.4066
0.01	0.9900	0.31	0.7334	0.61	0.5434	0.91	0.4025
0.02	0.9802	0.32	0.7261	0.62	0.5379	0.92	0.3985
0.03	0.9704	0.33	0.7189	0.63	0.5326	0.93	0.3946
0.04	0.9608	0.34	0.7118	0.64	0.5273	0.94	0.3906
0.05	0.9512	0.35	0.7047	0.65	0.5220	0.95	0.3867
0.06	0.9418	0.36	0.6977	0.66	0.5169	0.96	0.3829
0.07	0.9324	0.37	0.6907	0.67	0.5117	0.97	0.3791
0.08	0.9231	0.38	0.6839	0.68	0.5066	0.98	0.3753
0.09	0.9139	0.39	0.6771	0.69	0.5016	0.99	0.3716
0.10	0.9048	0.40	0.6703	0.70	0.4966	1.00	0.3679
0.11	0.8958	0.41	0.6637	0.71	0.4916	1.01	0.3642
0.12	0.8869	0.42	0.6570	0.72	0.4868	1.02	0.3606
0.13	0.8781	0.43	0.6505	0.73	0.4819	1.03	0.3570
0.14	0.8694	0.44	0.6440	0.74	0.4771	1.04	0.3535
0.15	0.8607	0.45	0.6376	0.75	0.4724	1.05	0.3499
0.16	0.8521	0.46	0.6313	0.76	0.4677	1.06	0.3465
0.17	0.8437	0.47	0.6250	0.77	0.4630	1.07	0.3430
0.18	0.8353	0.48	0.6188	0.78	0.4584	1.08	0.3396
0.19	0.8270	0.49	0.6126	0.79	0.4538	1.09	0.3362
0.20	0.8187	0.50	0.6065	0.80	0.4493	1.10	0.3329
0.21	0.8106	0.51	0.6005	0.81	0.4449	1.11	0.3296
0.22	0.8025	0.52	0.5945	0.82	0.4404	1.12	0.3263
0.23	0.7945	0.53	0.5886	0.83	0.4360	1.13	0.3230
0.24	0.7866	0.54	0.5827	0.84	0.4317	1.14	0.3198
0.25	0.7788	0.55	0.5769	0.85	0.4274	1.15	0.3166
0.26	0.7711	0.56	0.5712	0.86	0.4232	1.16	0.3135
0.27	0.7634	0.57	0.5655	0.87	0.4190	1.17	0.3104
0.28	0.7558	0.58	0.5599	0.88	0.4148	1.18	0.3073
0.29	0.7483	0.59	0.5543	0.89	0.4107	1.19	0.3042

Շարունակություն

λ	$e^{-\lambda}$	λ	$e^{-\lambda}$	λ	$e^{-\lambda}$
1	2	1	2	1	2
1.20	0.3012	1.50	0.2231	1.80	0.1653
1.21	0.2982	1.51	0.2209	1.81	0.1637
1.22	0.2952	1.52	0.2187	1.82	0.1620
1.23	0.2923	1.53	0.2165	1.83	0.1604
1.24	0.2894	1.54	0.2144	1.84	0.1588
1.25	0.2865	1.55	0.2122	1.85	0.1572
1.26	0.2837	1.56	0.2101	1.86	0.1557
1.27	0.2808	1.57	0.2080	1.87	0.1541
1.28	0.2780	1.58	0.2060	1.88	0.1526
1.29	0.2753	1.59	0.2039	1.89	0.1511
1.30	0.2725	1.60	0.2019	1.90	0.1496
1.31	0.2698	1.61	0.1999	1.91	0.1481
1.32	0.2671	1.62	0.1979	1.92	0.1466
1.33	0.2645	1.63	0.1959	1.93	0.1451
1.34	0.2618	1.64	0.1940	1.94	0.1437
1.35	0.2592	1.65	0.1920	1.95	0.1423
1.36	0.2567	1.66	0.1901	1.96	0.1409
1.37	0.2541	1.67	0.1882	1.97	0.1395
1.38	0.2501	1.68	0.1864	1.98	0.1381
1.39	0.2491	1.69	0.1845	1.99	0.1367
1.40	0.2466	1.70	0.1827	2.00	0.1353
1.41	0.2441	1.71	0.1809		
1.42	0.2417	1.72	0.1791		
1.43	0.2393	1.73	0.1773		
1.44	0.2369	1.74	0.1755		
1.45	0.2346	1.75	0.1738		
1.46	0.2322	1.76	0.1720		
1.47	0.2299	1.77	0.1703		
1.48	0.2276	1.78	0.1683		
1.49	0.2254	1.79	0.1670		

Լապլասի կրկնակի նորմավորված ֆունկցիա

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt$$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0000	0080	0160	0239	0319	0399	0478	0558	0638	0717
0.1	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0.2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0.3	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2961	3035
0.4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3683	3759
0.5	3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0.6	4515	4581	4647	4713	4778	4843	4907	4971	5035	5098
0.7	5161	5223	5385	5346	5407	5467	5527	5587	5646	5705
0.8	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0.9	6319	6372	6424	6176	6528	6579	6629	6680	6729	6778
1.0	6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199	7243
1.1	7287	7339	7373	7415	7457	7499	7540	7580	7620	7660
1.2	7699	7737	7775	7813	7850	7887	7923	7959	7995	8029
1.3	8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324	8355
1.4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1.5	8664	8690	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1.6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1.7	9109	9127	9146	9164	9181	9199	9216	9233	9249	9265
1.8	9281	9297	9312	9327	9342	9357	9371	9385	9399	9412
1.9	9426	9439	9451	9464	9476	9488	9500	9512	9523	9534
2.0	9545	9556	9566	9576	9586	9596	9606	9616	9625	9634
2.1	9643	9651	9660	9668	9674	9684	9692	9700	9707	9715
2.2	9722	9729	9736	9743	9749	9756	9762	9768	9774	9780
2.3	9786	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827	9832
2.4	9836	9840	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9869	9872
2.5	9876	9879	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901	9904
2.6	9907	9909	9912	9915	9917	9920	9922	9924	9926	9929
2.7	9931	9933	9935	9937	9939	9940	9942	9944	9946	9947
2.8	9949	9950	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960	9961
2.9	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972
3.0	9973	9981	9986	9990	9993	9995	9997	9998	9999	9999

Օրդինատի արժեքները ավելացված են 10000 անգամ:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{ֆունկցիայի արժեքների աղյուսակ}$$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0.1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0.2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0.3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0.4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0.5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0.6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0.7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0.8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1.0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1.1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1.2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1.3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1.4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1.5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1.6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1.7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1.8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1.9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2.0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2.1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2.2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2.3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2.4	0224	0219	0213	0203	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2.5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2.6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2.7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2.8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2.9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3.0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
4.0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Օրդինատի արժեքները ավելացված են 10000 անգամ:

Պիրսոնի բաժխում (χ^2 -բաժխում) $\chi^2_{\text{աղյուս.}}$ արժեքները $P(\chi^2 > \chi^2_{\text{աղյուս.}})$ հավանականության համար

v	Հավանականություն										
	0.999	0.995	0.99	0.98	0.975	0.95	0.90	0.80	0.75	0.70	0.50
1	0.0515	0.0439	0.0315	0.0362	0.0398	0.0039	0.0158	0.0642	0.102	0.148	0.455
2	0.0020	0.0100	0.0201	0.0404	0.0506	0.103	0.211	0.446	0.575	0.713	1.386
3	0.0243	0.0717	0.115	0.185	0.216	0.352	0.584	1.005	1.213	1.424	2.366
4	0.0908	0.207	0.297	0.429	0.484	0.711	1.064	1.649	1.923	2.195	3.357
5	0.210	0.412	0.554	0.752	0.831	1.145	1.610	2.343	2.675	3.000	4.351
6	0.381	0.676	0.872	1.134	1.237	1.635	2.204	3.070	3.455	3.828	5.348
7	0.598	1.089	1.239	1.564	1.690	2.167	2.833	3.822	4.255	4.671	6.346
8	0.857	1.344	1.646	2.032	2.180	2.733	3.490	4.594	5.071	5.527	7.344
9	1.152	1.735	2.088	2.532	2.700	3.325	4.168	5.380	5.899	6.393	8.343
10	1.479	2.156	2.558	3.059	3.247	3.640	4.865	6.179	6.787	7.267	9.342
11	1.834	2.603	3.053	3.609	3.816	4.575	5.578	6.989	7.584	8.148	10.341
12	2.214	3.074	3.571	4.178	4.404	5.226	6.304	7.807	8.438	9.034	11.340
13	2.617	3.565	4.107	4.765	5.009	5.892	7.042	8.634	9.299	9.926	12.340
14	3.041	4.075	4.660	5.368	5.629	6.571	7.790	9.467	10.165	10.821	13.339
15	3.483	4.601	5.229	5.985	6.262	7.261	8.547	10.307	11.036	11.721	14.339

Շարունակություն

v	Հավանականություն										
	0.999	0.995	0.99	0.98	0.975	0.95	0.90	0.80	0.75	0.70	0.50
16	3.942	5.142	5.812	6.614	6.908	7.962	9.312	11.152	11.912	12.624	15.338
17	4.416	5.697	6.408	7.255	7.564	8.672	10.085	12.002	12.892	13.531	16.338
18	4.905	6.265	7.015	7.906	8.231	9.390	10.865	12.857	13.675	14.440	17.338
19	5.407	6.844	7.633	8.567	8.907	10.117	11.651	13.716	14.562	15.352	18.338
20	5.921	7.434	8.260	9.237	9.591	10.871	12.443	14.578	15.452	16.266	19.337
21	6.447	8.034	8.897	9.915	10.283	11.591	13.240	15.445	16.344	17.182	20.337
22	6.983	8.643	9.542	10.600	10.982	12.338	14.041	16.314	17.240	18.101	21.337
23	7.529	9.260	10.196	11.293	11.688	13.091	14.848	17.187	18.137	19.021	22.337
24	8.035	9.886	10.856	11.992	12.401	13.848	15.659	18.062	19.037	19.943	23.337
25	8.649	10.520	11.524	12.697	13.120	14.611	16.173	18.940	19.939	20.887	24.337
26	9.222	11.160	12.198	13.409	13.844	15.379	17.292	19.820	20.848	21.792	25.336
27	9.803	11.808	12.879	14.125	14.573	16.151	18.114	20.703	21.749	22.719	26.336
28	10.391	12.461	13.565	14.847	15.308	16.928	18.937	21.588	22.657	23.617	27.336
29	10.986	13.121	14.256	15.574	16.047	17.708	19.768	22.475	23.567	24.577	28.336
30	11.588	13.787	14.953	16.306	16.791	18.493	20.599	23.364	24.478	25.508	29.336

v	Հավանականություն									
	0.30	0.25	0.20	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.001
1	1.074	1.323	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.635	7.879	10.827
2	2.408	2.773	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.210	10.597	13.815
3	3.665	4.108	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.345	12.838	16.268
4	4.878	5.385	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.277	14.860	18.465
5	6.064	6.626	7.289	9.236	11.070	12.839	13.388	15.086	16.750	20.517
6	7.231	7.841	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.812	18.548	22.457
7	8.383	9.037	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.475	20.278	24.322
8	9.524	10.219	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.090	21.955	26.125
9	10.656	11.389	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.666	23.589	27.877
10	11.781	12.549	13.412	15.987	18.307	20.483	21.161	23.209	25.188	29.588
11	12.899	13.701	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.725	26.757	31.264
12	14.011	14.845	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.217	28.300	32.909
13	15.119	15.984	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.688	29.819	34.528
14	16.222	17.117	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.141	31.319	36.123
15	17.322	18.245	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.578	32.801	37.697

v	Հավանականություն									
	0.30	0.25	0.20	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.001
16	18.418	19.369	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.000	34.267	39.252
17	19.511	20.489	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.409	35.718	40.790
18	20.601	21.605	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.805	37.156	42.312
19	21.689	22.718	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	38.191	38.582	43.820
20	22.775	23.628	25.038	28.412	31.410	34.170	35.020	37.566	39.997	45.315
21	23.858	24.935	26.171	29.615	32.671	35.479	36.343	38.932	41.401	46.797
22	24.939	26.039	27.301	30.813	33.924	36.781	37.659	40.289	42.796	48.268
23	26.018	27.141	28.429	32.567	35.172	38.076	38.968	41.638	44.181	49.728
24	27.096	28.241	29.553	33.193	36.415	39.384	40.270	42.980	45.558	51.170
25	28.172	29.339	30.675	34.362	37.652	40.046	41.566	44.314	46.928	52.620
26	29.246	30.434	31.795	35.563	38.885	41.923	42.856	45.642	48.290	54.052
27	30.319	31.328	32.912	36.741	40.113	43.194	44.140	46.963	49.645	55.476
28	31.391	32.320	34.027	37.916	41.337	44.461	45.419	48.278	50.993	56.893
29	32.461	33.711	35.139	39.087	42.557	45.722	46.693	49.588	52.336	58.302
30	33.530	34.800	36.250	40.256	43.773	46.979	47.962	50.692	53.672	59.703

Ասյուդենի բախում (տ-բախում)

v	($\alpha = S(t) = P(T > t_{\omega_0})$) հավանականություն									
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.2	0.1	0.05	0.01	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	3.078	6.314	12.706	63.657	636.619
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.886	2.920	4.303	9.925	31.598
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	1.638	2.353	3.182	5.841	12.941
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	1.563	2.132	2.776	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.406	0.559	0.727	1.476	2.015	2.571	4.043	6.859
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	1.440	1.943	2.447	3.707	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	1.415	1.895	2.365	3.499	5.405
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	1.397	1.860	2.306	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	1.383	1.833	2.262	3.250	4.781
10	0.129	0.260	0.327	0.542	0.700	1.372	1.812	2.228	3.169	4.583
11	0.129	0.260	0.396	0.543	0.697	1.363	1.796	2.201	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	1.356	1.782	2.179	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.539	0.694	1.350	1.771	2.160	3.012	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	1.345	1.761	2.145	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	1.341	1.753	2.131	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	1.337	1.746	2.120	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	1.333	1.740	2.110	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	1.330	1.734	2.101	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	1.326	1.729	2.093	2.861	3.833
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	1.325	1.725	2.066	2.845	3.850

Շարունակություն

v	($\alpha = S(t) = P(T > t_{\omega_0})$) հավանականություն									
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.2	0.1	0.05	0.01	0.001
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	1.323	1.721	2.080	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	1.321	1.717	2.074	2.819	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	1.319	1.714	2.069	2.807	3.767
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	1.318	1.711	2.064	2.797	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	1.316	1.708	2.060	2.787	3.725
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	1.315	1.706	2.056	2.779	3.707
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	1.314	1.703	2.052	2.771	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	1.313	1.701	2.048	2.763	3.674
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	1.311	1.699	2.045	2.756	3.659
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	1.310	1.697	2.042	2.750	3.646
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	1.303	1.684	2.021	2.704	3.551
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	1.296	1.671	2.000	2.660	3.460
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	1.289	1.658	1.980	2.617	3.373
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	1.282	1.645	1.960	2.576	3.291

Ֆիշեր-Սնեդեկորի բաշխում (F-բաշխում)

$P(\chi^2 > \chi^2_{\text{աղյուս.}})$ պայմանին բավարարող $\chi^2_{\text{աղյուս.}}$ արժեքները: Առաջին արժեքը համապատասխանում է 0.05 հավանականությանը, երկրորդը՝ 0.01-ին և երրորդը՝ 0.001-ին, v_1 - համարիչի ազատության աստիճանների թիվը, v_2 ՝ հայտարարի

v_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
v_2											
1	161.4 4052 406523	199.5 4999 500016	215.7 5403 536700	224.6 5625 562527	230.2 5764 576449	234.0 5859 585953	238.9 5981 598149	243.9 6106 610598	249.0 6234 623432	253.3 6366 636535	12.71 63.66 636.2
2	18.51 98.49 998.46	19.00 99.01 999.00	19.16 00.17 999.20	19.25 99.25 999.20	19.30 99.30 999.20	19.33 99.33 999.20	19.37 99.36 999.40	19.41 99.42 999.60	19.45 99.46 999.40	19.50 99.50 999.40	4.30 9.92 31.00
3	10.13 34.12 67.47	9.55 30.81 148.51	9.28 29.46 141.10	9.12 28.71 137.10	9.01 28.24 134.60	8.94 27.91 132.90	8.84 27.49 130.60	8.74 27.05 128.30	8.64 26.60 125.90	8.53 26.12 123.50	3.18 5.84 12.94
4	7.71 21.20 74.13	6.94 18.00 61.24	6.59 16.69 56.18	6.39 15.98 53.43	6.26 15.52 51.71	6.16 15.21 50.52	6.04 14.80 49.00	5.91 14.37 47.41	5.77 13.93 45.77	5.63 13.46 44.05	2.78 4.60 8.61
5	6.61 16.26 47.04	5.79 13.27 36.61	5.41 12.06 33.20	5.19 11.39 31.09	5.05 10.97 20.75	4.95 10.67 28.83	4.82 10.27 27.64	4.68 9.89 26.42	4.53 9.47 25.14	4.36 9.02 23.78	2.57 4.03 6.86

Շարունակություն

v_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
v_2											
6	5.99 13.74 35.51	5.14 10.92 26.99	4.76 9.78 23.70	4.53 9.15 21.90	4.39 8.75 20.81	4.28 8.47 20.03	4.15 8.10 19.03	4.00 7.72 17.99	3.84 7.31 16.89	3.67 6.88 15.75	2.45 3.71 5.96
7	5.59 12.25 29.22	4.74 9.55 21.69	4.35 8.45 18.77	4.12 7.85 17.19	3.97 7.46 16.21	3.87 7.19 15.52	3.73 6.84 14.63	3.57 6.47 13.71	3.41 6.07 12.73	3.23 5.65 11.70	2.36 3.50 5.40
8	5.32 11.26 25.42	4.46 8.65 18.49	4.07 7.59 15.83	3.84 7.10 14.39	3.69 6.63 13.49	3.58 6.37 12.86	3.44 6.03 12.04	3.28 5.67 11.19	3.12 5.28 10.30	2.99 4.86 9.35	2.31 3.36 5.04
9	5.12 10.56 22.86	4.26 8.02 16.39	3.86 6.99 13.90	3.63 6.42 12.56	3.48 6.06 11.71	3.37 5.80 11.13	3.23 5.47 10.37	3.07 5.11 9.57	2.90 4.73 8.72	2.71 4.31 7.81	2.26 3.25 4.78
10	4.96 10.04 21.04	4.10 7.56 14.91	3.71 6.55 12.55	3.48 5.99 11.28	3.33 5.64 10.48	3.22 5.39 9.92	3.07 5.06 9.20	2.91 4.71 8.45	2.74 4.33 7.64	2.54 3.91 6.77	2.23 3.17 4.59
11	4.84 9.65 19.69	3.98 7.20 13.81	3.59 6.22 11.56	3.36 5.67 10.35	3.20 5.32 9.58	3.09 5.07 9.05	2.95 4.74 8.35	2.79 4.40 7.62	2.61 4.02 6.85	2.40 3.60 6.00	2.20 3.11 4.49
12	4.75 9.33 18.64	3.88 6.93 12.98	3.49 5.95 10.81	3.26 5.41 9.63	3.11 5.06 8.89	3.00 4.82 8.38	2.85 4.50 7.71	2.69 4.16 7.00	2.50 3.78 6.25	2.30 3.36 5.42	2.18 3.06 4.32

v_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
v_2											
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.77	2.60	2.42	2.21	2.16
	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.30	3.96	3.59	3.16	3.01
	17.81	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.21	6.52	5.78	4.97	4.12
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.13	2.14
	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.14	3.80	3.43	3.00	2.98
	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	6.80	6.13	5.41	4.60	4.14
15	4.45	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.07	2.13
	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.00	3.67	3.29	2.87	2.95
	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.47	5.81	5.10	4.31	4.07
16	4.41	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.01	2.12
	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	3.89	3.55	3.18	2.75	2.92
	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.20	5.55	4.85	4.06	4.02
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	1.96	2.11
	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.79	3.45	3.08	2.65	2.90
	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	5.96	5.32	4.63	3.85	3.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	1.92	2.10
	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.71	3.37	3.01	2.57	2.88
	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	5.76	5.13	4.45	3.67	3.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.88	2.09
	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.63	3.30	2.92	2.49	2.86
	15.08	10.16	8.28	7.26	6.61	6.18	5.59	4.97	4.29	3.52	3.88

v_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
v_2											
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.84	2.09
	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.56	3.23	2.86	2.42	2.84
	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.44	4.82	4.15	3.38	3.85
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.82	2.08
	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.51	3.17	2.80	2.36	2.83
	14.62	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.31	4.70	4.03	3.26	3.82
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.78	2.07
	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.75	3.45	3.12	2.75	2.30	2.82
	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.19	4.58	3.92	3.15	3.79
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.38	2.20	2.00	1.76	2.07
	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.41	3.07	2.70	2.26	2.81
	14.19	9.46	7.67	6.70	6.08	5.56	5.09	4.48	3.82	3.05	3.77
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.73	2.06
	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.36	3.03	2.66	2.21	2.80
	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	4.99	4.39	3.84	2.97	3.75
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.71	2.06
	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.32	2.99	2.62	2.17	2.79
	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	4.91	4.31	3.66	2.87	3.72
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.69	2.06
	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.29	2.96	2.58	2.13	2.78
	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	4.83	4.24	3.59	2.82	3.71

v_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
v_2											
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.30	2.13	1.93	1.67	2.05
	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.26	2.93	2.55	2.10	2.77
	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	4.76	4.17	3.52	2.76	3.69
28	4.19	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.29	2.12	1.91	1.65	2.05
	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.23	2.90	2.52	2.06	2.76
	13.50	8.93	7.18	6.25	5.66	5.24	4.69	4.11	3.46	2.70	3.67
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.28	2.10	1.90	1.64	2.05
	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.20	2.87	2.49	2.03	2.76
	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.65	4.05	3.41	2.64	3.67
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.62	2.04
	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.17	2.84	2.47	2.01	2.75
	13.26	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.58	4.00	3.36	2.59	3.64
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.39	2.00
	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.82	2.50	2.12	1.60	2.66
	11.97	7.76	6.17	5.31	4.76	4.37	3.87	3.31	2.76	1.90	3.36
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.52	1.03	1.96
	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.51	2.18	1.79	1.04	2.58
	10.83	6.91	5.42	4.62	4.10	3.74	3.27	2.74	2.13	1.05	3.29

Հավելված 8

Ֆիշերի Z-վերափոխության աղյուսակ

$$Z = \frac{1}{2} \{n(1+r) - \ln(1-r)\}$$

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0101	0.0200	0.0300	0.0400	0.0501	0.0601	0.0701	0.0802	0.0902
0.1	0.1003	0.1104	0.1206	0.1308	0.1409	0.1511	0.1614	0.1717	0.1820	0.1923
0.2	0.2027	0.2132	0.2237	0.2342	0.2448	0.2554	0.2661	0.2769	0.2877	0.2986
0.3	0.3095	0.3205	0.3316	0.3428	0.3541	0.3654	0.3767	0.3884	0.4001	0.4118
0.4	0.4236	0.4356	0.4477	0.4599	0.4722	0.4847	0.4973	0.5101	0.5230	0.5361
0.5	0.5493	0.5627	0.5764	0.5901	0.6042	0.6184	0.6328	0.6475	0.6625	0.6777
0.6	0.6932	0.7089	0.7250	0.7414	0.7582	0.7753	0.7928	0.8107	0.8291	0.8480
0.7	0.8673	0.8872	0.9077	0.9287	0.9505	0.9730	0.9962	1.0203	1.0454	1.0714
0.8	1.0986	1.1270	1.1568	1.1881	1.2212	1.2562	1.2933	1.3331	1.3758	1.4219
0.9	1.4722	1.5275	1.5890	1.6584	1.7381	1.8318	1.9459	2.0923	2.2976	2.6467
0.99	2.6466	2.6996	2.7587	2.8257	2.9031	2.9945	3.1063	3.2504	3.4534	3.8002

Կոմոգ ուղվի հայտանիշը

n	0.05 նշանակալիության մակարդակ		0.01 նշանակալիության մակարդակ	
	ճշգրիտ սահմանը	ասիմպոտոտիկ հարաբերություն	ճշգրիտ սահմանը	ասիմպոտոտիկ հարաբերություն
5	0.5633	0.6074	0.6685	0.7279
10	0.4087	0.4295	0.4864	0.5147
15	0.3375	0.3507	0.4042	0.4202
20	0.2939	0.3037	0.3524	0.3639
25	0.2639	0.2716	0.3165	0.3255
30	0.2417	0.2480	0.2898	0.2972
40	0.2101	0.2147	0.2521	0.2574
50	0.1884	0.1921	0.2260	0.2302
60	0.1723	0.1753	0.2067	0.2101
70	0.1597	0.1623	0.1917	0.1945
80	0.1496	0.1518	0.1795	0.1820
90	0.1412	0.1432		
100	0.1340	0.1358		

$n > 100$ -ի դեպքում հարկավոր է կիրառել $\bar{\epsilon}_{0.05} = \frac{1.36}{\sqrt{n}}$ և $\bar{\epsilon}_{0.01} = \frac{1.36}{\sqrt{n}}$ ասիմպոտոտիկ սահմանները,

որոնց համար վստահելիության ճշգրիտ գործակիցները քիչ մեծ են տրված 0.95 և 0.99 մեծություններից:

Հավելված 10

Կոմեյացիայի գործակիցների 5%-ոց և 1%-ոց հավանականության մակարդակների աղյուսակ (r_a)

Ընտրանքի չափը	r_a -ի դրական արժեքներ		r_a -ի բացասական արժեքներ	
	5%-ոց մակարդակ	1% -ոց մակարդակ	5%-ոց մակարդակ	1% -ոց մակարդակ
5	0.253	0.297	-0.753	-0.798
6	0.354	0.447	-0.708	-0.863
7	0.370	0.510	-0.674	-0.799
8	0.371	0.531	-0.625	-0.764
9	0.366	0.533	-0.593	-0.737
10	0.360	0.525	-0.564	-0.705
11	0.353	0.515	-0.539	-0.679
12	0.348	0.505	-0.516	-0.655
13	0.341	0.495	-0.497	-0.634
14	0.335	0.485	-0.479	-0.615
15	0.328	0.475	-0.462	-0.597
20	0.299	0.432	-0.399	-0.524
25	0.276	0.398	-0.356	-0.473
30	0.257	0.370	-0.324	-0.433
35	0.242	0.347	-0.300	-0.401
40	0.229	0.329	-0.279	-0.376
45	0.218	0.313	-0.262	-0.256
50	0.208	0.301	-0.248	-0.339

Հավելված 11

μ միջինի և σ_1 ու σ_2 սահմանային սխալների արժեքները 10-ից մինչև 50 n-ի համար

n	μ	σ_1	σ_2
10	3.858	1.288	1.964
15	4.636	1.521	2.153
20	5.195	1.677	2.279
25	5.632	1.791	2.373
30	5.990	1.882	2.447
35	6.294	1.956	2.509
40	6.557	2.019	2.561
45	6.790	2.072	2.606
50	6.998	2.121	2.645

Դրական ավտոկոռելյացիայի համար Դարբին-Վոթսոնի հայտանիշի բաշխումը (5%-ոց նշանակալիության մակարդակի համար)

n	V ₁		V ₂		V ₃		V ₄		V ₅	
	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.89
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.63	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

Գլուխ 3

3.1. 697, 734, 781 մլն. տ: **3.2.** Փոփոխություն բազա՝ 121.0%, 112.1%, 102.7%, հաստատուն բազա՝ 121.0%, 135.6%, 139.2%: **3.3.** Բեռնատար ավտոմեքենաներ՝ %, 96.6, 120.5, 126.9, 118.5, մարդատար ավտոմեքենաներ՝ %, 85.2, 96.8, 98.3, 103.7: **3.4.** 98.4%, 90.1%, 117.8%, 114.9%, 99.7%: **3.5.** 139 մլն. դրամ: **3.6.** 117.6%: **3.7.** 58180 հատ: **3.8.** 95.2%: **3.9.** ԿՀՄ – 1998թ.՝ 19.6 և 80.4%, 1999թ.՝ 22.2 և 77.8%, 2000թ.՝ 25.3 և 74.7%: **3.10.** Կոորդինացիայի հարաբերական մեծություն՝ 10 բեռնատար ավտոմեքենային ընկնում է 68, 60, 54, 53, 59 մարդատար ավտոմեքենա: **3.12.** Midland բանկի համեմատությամբ՝ 1.7, 10.1, 3.7, 2.6 և 1.6 անգամ: **3.13.** Հայաստանը նյութ երկրների համեմատությամբ, %՝ 232.0, 115.2, 66.0, 50.3, 20.7: **3.14.** 10.8 տարի: **3.15.** 3.9: **3.16.** 79.3 և 86.8 դրամ, 82.8 դրամ: **3.17.** 43.8 հա: **3.18.** 9.0%: **3.19.** 509.6 դրամ: **3.20.** 73 լումա: **3.21.** 29.79 հազ. դրամ: **3.22.** 1.1%: **3.23.** 87.5%, 91.1%: **3.24.** 2256 կգ, 3.4%: **3.25.** 25.0 դրամ, -7 ավտոմեքենա, 4895 տ/կմ:

Գլուխ 4

4.2. $\bar{x} = 3.95$, $Mo = 4$, $Me = 4$: **4.3.** $\bar{x} = 12.4$ մլն. դրամ, $Mo = 7.5$, $Me = 11.0$ մլն. դրամ: **4.4.** $Me = 39.4$, $Q_1 = 29.1$, $Q_3 = 49.5$, $D_1 = 21.0$, $D_9 = 60.0$ տարեկան: **4.5.** Տղամարկանց համար՝ $Me = 5.4$, $Q_1 = 2.7$, $Q_3 = 7.9$, կանանց համար՝ $Me = 5.3$, $Q_1 = 3.4$, $Q_3 = 7.5$ ամիս: **4.6.** $D_1 = 7.4$ և $D_9 = 40.8$ հազ. դրամ: **4.7.** «Ա» բաժանմունքի համար՝ $\bar{x} = 15.7$ բառ, $\bar{d} = 1.5$, $V_d = 9.7\%$, «Բ» բաժանմունքի համար՝ $\bar{x} = 15.6$ լառ, $\bar{d} = 1.5$, $V_d = 9.2\%$: **4.8.** $\bar{x} = 53.2$ կմ, $\sigma = 14.8$ կմ, $v = 27.8\%$: **4.9.** 2000թ. համար՝ $\bar{x} = 34.4$ տարեկան, $\sigma = 11.7$, $v = 34.0\%$, 2003թ. համար՝ $\bar{x} = 34.8$ տարեկան, $\sigma = 12.1$ տարի, $v = 34.8\%$: **4.10.** $\bar{x} = 244$ հա, $\sigma^2 = 16764$ հա: **4.11.** $\sigma^2 = 10875$: **4.12.** $v_1 = 8.2\%$, $v_2 = 12.5$, $v_3 = 12.2$: **4.13.** $v_1 = 13.9\%$, $v_2 = 30.0\%$, $v_3 = 11.5\%$: **4.14.** $\sigma_x^2 = 125$: **4.15.** $\bar{x} = 11.4$: **4.16.** $\bar{x}^2 = 320$: **4.17.** $\sigma_{10}^2 = 125$: **4.18.** $\sigma_{19}^2 = 85$: **4.19.** $\sigma_x^2 = 200$: **4.20.** $v = 50\%$: **4.21.** $\sigma_i^2 = 322.2$, $\delta_x^2 = 66.7$, $\sigma^2 = 388.9$, $R^2 = 0.17$, $R = 0.41$: **4.22.** $\sigma_i^2 = 0.632$, $\delta_x^2 = 0.016$, $\sigma^2 = 0.65$, $R = 0.16$: **4.23.** $\sigma_p^2 = 0.21$, $\delta_p^2 = 0.03$, $\sigma_p^2 = 0.24$: **4.24.** $\sigma_p^2 = 0.22$, $\delta_p^2 = 0.008$, $\sigma_p^2 = 0.23$: **4.25.** $\bar{x} = 13.8$ մլն. դրամ, $Mo = 12.3$ մլն. դրամ, $\sigma = 2.7$ մլն. դրամ, $v = 20.5\%$, $As = 0.336$: **4.26.** $As = 2.4$, $Ex = -0.61$: **4.27.** $\bar{x} = 12.4$

մլն. դրամ, $M_o = 7.5$ մլն. դրամ, $\sigma = 7.9$ մլն. դրամ, $v = 63.7\%$, $As = 0.62$:
4.28. Տղամարդկանց համար՝ $As = 0.12$, $Ex = -0.58$, կանանց համար՝
 $As = 0.31$, $Ex = 0.18$: **4.29.** $\chi^2 = 10.9$, $C = 1.05$, $\lambda = 1.07$:

Գլուխ 5

5.1. ա) 2080-2440 դրամ, բ) 2.5-13.9 %: **5.2.** 13.4%-ով: **5.3.** ա) 2.7 - 2.9 մարդ, բ) 19.8 - 21.2 հազ. մարդ: **5.4.** 3.1-9.1%, ոչ: **5.5.** 0.954: **5.6.** 0.4-6.0%, այո: **5.7.** 305 մարդ: **5.8.** 24000 - 25800 դրամ: **5.9.** կաճի 4 անգամ, 2.25 անգամ: **5.10.** 336 մարդ: **5.11.** 1112 զանգ: **5.12.** 1894 ընտանիք: **5.13.** 58 մարդ: **5.14.** 80-92 թույլ: **5.15.** 5, 20, 40, 50: **5.16.** Միջակայքը հավասար է 18-ի: **5.17.** 182.8 - 187.2 միավոր: **5.18.** 2.3 - 6.9%: **5.19.** 2083.5 - 2096.5 միավոր: **5.20.** 286 և 316 մարդ: **5.21.** 21.2 - 22.0 միավոր: **5.22.** 50, 153: **5.23.** 142, 374: **5.24.** ա) 8.2 - 9.0 բ) 131.2 - 144.0 տ: **5.25.** 493.5 - 506.5, ոչ: **5.26.** 20 արկղ: **5.27.** 14 դասարան: **5.28.** 96 նմուշ:

Գլուխ 6

6.3. 87, 150, 220, 311: **6.5.** 0.93: **6.6.** $\bar{y}_x = 0.083 + 0.401x$: **6.7.** $\bar{y}_x = 0.077 + 0.401x$, $r_{xy} = 0.67$: **6.8.** $\bar{y}_x = 0.149 + 0.195x$, $r_{xy} = 0.57$: **6.9.** $\bar{y}_x = -7.7 + 0.2x$, $r_{xy} = 0.1$: **6.10.** $\bar{y}_x = -395.2 + 10.3x$, $r_{xy} = 0.85$: **6.11.** $\bar{y}_x = 22.15 - 0.08x$, $r_{xy} = -0.86$, $\eta = 0.89$: **6.12.** $\bar{y}_x = 318.8 + 36.4x$, $r_{xy} = 0.79$: **6.13.** 0.52: **6.14.** 0.56: **6.15.** 0.38: **6.16.** 0.42: **6.17.** 0.70: **6.18.** $\bar{y}_x = 4.8 + 0.56x$, $r_{xy} = 0.56$: **6.19.** $a_0 = 4$, $a_1 = 0.4$: **6.20.** $\bar{y}_x = 4 + 0.6x$, $r_{xy} = 0.57$: **6.21.** $\bar{y}_x = 3.5 + 0.73x$: **6.22.** $r_{xy} = -0.6$: **6.23.** $K_a = -0.57$, $K_k = -0.23$: **6.25.** $K_a = -0.45$, $K_k = -0.23$: **6.26.** $K_a = 0.14$, $K_k = 0.07$: **6.27.** $K_\eta = 0.24$, $K_\zeta = 0.18$: **6.28.** $K_\eta = 0.37$, $K_\zeta = 0.23$: **6.29.** $K_\eta = 0.51$, $K_\zeta = 0.32$: **6.30.** $r_{\text{դեկ./ծառ.}} = 0.27$: **6.31.** $r_{\text{դեկ./բանկ.}} = 0.36$:

Գլուխ 7

7.1. ա, բ, գ - պահայիմ, դ, ե, զ, ը, թ - միջակայքային: **7.2.** գ) 146.59 հազ. մարդ և 51.2 տ: **7.3.** 510 մարդ: **7.4.** 200.8, 203.7 և 202.25 մլն. դրամ: **7.5.** ա) 917.02 և 920.55 մլն. դրամ, բ) +3.53 մլն. դրամ: **7.6.** ա) 349 և 355 մարդ, բ) 352 մարդ, գ) +6 մարդ: **7.7.** ա) 76.8 մլն. դրամ: **7.8.** ա) 431 հազ. տ: **7.9.** 3) 20 հազ. քառ. մետր, 4) 4.4%, 5) 0.857 հազ. քառ. մետր: **7.11.** 57.9, 60.8, 63.3, 64.5, 66.7, 68.6, 69.1, 69.1: **7.12.** գ) 18.9, 19.3, 20.3, 22.7 մլն. դրամ, դ) 11.85%: **7.13.** 97.3, 101.2, 107.1, 115.0, 122.0 մլն. դրամ: **7.14.** 15.35 հազ. տ, +3.6%: **7.15.** -21 մլն. կվտ-ժամ, -0.4%: **7.16.** 105.96 և 5.96%: **7.19.** ա) +0.8%, բ) -0.4%, գ) +0.2%: **7.20.**

110.08%: **7.21.** 736 g, 102.8%: **7.22.** 18000, 21600, 23760 հազ. դրամ: **7.23.** 1.11 անգամ: **7.24.** 2.35 անգամ: **7.25.** 39.5, 40.0, 42.1, 44.7, 44.8, 45.0, 45.2, 46.0 հազ. գլուխ: **7.26.** 424, 433, 431, 435, 442, 450, 460, 465 մարդ: **7.27.** 275.9, 280.8, 285.1, 290, 296, 299, 304 հազ. քառ. մետր: **7.31.** բ) $\bar{y}_t = 20.8 - 0.047t$ (ժամանակաշրջանի մեջտեղից ժամանակի հաշվառման դեպքում):

Գլուխ 8

8.1. Գների ինդեքսներ՝ 137.1%, 124.7%, 171.0%, իրացման ֆիզիկական ծավալի ինդեքսներ՝ 103.2%, 104.7%, 108.0%, ապրանքաշրջանառության ինդեքսներ՝ 141.5%, 130.5%, 184.6%: **8.2.** 114.2%: **8.3.** Գինը 1999թ. հավասար է 200 հազ. դրամ, 2001թ.՝ 192 հազ. դրամ: **8.4.** 1) 105.6%, 95.5%, 100.9%, 2) բացարձակ հավելածը՝ 0.7, -3.4 և 4.1 մլն. դրամ, հարաբերական հավելածը՝ 0.9%, -4.5% և 5.4%: **8.5.** 116.3%, 70.2%, 165.7%, 900 հազ. դրամ: **8.6.** Ավելացել է 25.2%-ով: **8.7.** 109.6%: **8.8.** 1) անհատական՝ 112.3%, 117.5%, 104.5%, ընդհանուր՝ 111.8%, 2) 90.4%, 3) 101.1%, 4) բացարձակ հավելած՝ ա) -26.36, բ) 29.38 մլն. դրամ, հարաբերական հավելած՝ ա) -9.6%, բ) 10.7%: **8.9.** 102.7%: **8.10.** 103.5%, 77.7%, 80.4%: **8.11.** 114.7%: **8.12.** 107.2%, 541 մլն. դրամ: **8.13.** 101.6%: **8.14.** 102.5%, 15.7 մլն. դրամ: **8.15.** 100.9%: **8.16.** 105.3%, 106.9%, 112.6%: **8.17.** 102.4%: **8.18.** 1) 106.4%, 2) 107.4%, 3) 99.1%, 4) ա) 626, բ) -77, գ) 316 հազ. դրամ: **8.19.** 107.6%: **8.20.** 1) 110.7%, 109.8%, 100.8%, 2) 127.2 7 -225.3 մլն. պայմ. միավոր: **8.21.** 103.8%, 106.3%, 102.4%: **8.22.** 111.1%: **8.23.** 101.6%, 94.2%, 107.9%: **8.24.** 102.4%, 99.5%: **8.25.** 109.7%: **8.26.** 111.0%: **8.27.** 96.9%: **8.28.** 98.3%:

ՕԳՏԱԳՈՐԾԿԱՆ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 479 с.
2. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики. - М.: Инфра-М, 1999. - 441 с.
3. Ефимова М.Р., Ганчепко О.И., Петрова Е.В. Практикум по общей теории статистики: Учеб. пособие - М.: Финансы и статистика, 1999. - 280 с.
4. Рязов Н.Н. Общая теория статистики. - М.: Финансы и статистика, 1984. - 342 с.
5. Шмойлова Р.А., Минашкин В.Г., Садовникова Н.А., Шувалова Е.Б., Теория статистики. - М.: Финансы и статистика. 2003. - 655 с.
6. Шмойлова Р.А., Минашкин В.Г., Садовникова Н.А., Практикум по теории статистики - М.: Финансы и статистика. 2004. - 416 с.
7. Теория статистики /Под. ред. Г.Л. Громыко. М.: Инфра-М, 2000.
 Կոստանդյան Ա., Ֆահրադյան Ս., Վիճակագրության ընդհանուր տեսության խնդիրների ժողովածու: Երևան, 1993:

**ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ
ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ**
(ուսումնական ձեռնարկ)

Հեղինակ՝ տնտ.գիտ.թեկն., Կարեն Հակոբի Հակոբյան

Գիտ. խմբագիր՝ տնտ.գիտ.թեկն., դոցենտ Վ.Ալեքսանյան
Խմբագիր՝ Ի.Մամյան

Գրախոսող՝ տնտեսագիտության դոկտոր, պրոֆեսոր
Յ.Ծ.Մահտեսյան

Ծավալը 14,5 պայմ. մամուլ, ֆորմատ՝ 60x84 1/6
Հանձնված է տպագրության՝ 8.04.2004
Տպագրությունը՝ օֆսեթ: Տպաքանակը՝ 500

Տպագրված է «Էդիտ Պրինտ» ՍՊԸ-ի տպարանում
